

Humanities and Educational
Sciences Journal

ISSN: 2617-5908 (print)



مجلة العلوم التربوية
والدراسات الإنسانية

ISSN: 2709-0302 (online)

حجم الأثر البنائي في شبكات القياس النفسي: إطار تحليلي تقاربي للتحيز واستعادة البنية لاشتقاق قانون تصميم حجم العينة^(*)

نسرين محمد سعيد زارع

أستاذ علم النفس التربوي المشارك

قسم علم النفس - كلية اللغات والعلوم الإنسانية

جامعة القصيم - المملكة العربية السعودية

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-2799-7248>

Web of Science ResearcherID: ABE-3007-2022

n.zarea@qu.edu.sa

تاريخ قبوله للنشر 1/4/2026

<http://hesj.org/ojs/index.php/hesj/index>

(*) تاريخ تسليم البحث 11/2/2026

(*) موقع المجلة:

حجم الأثر البنائي في شبكات القياس النفسي: إطار تحليلي تقاربي للتحيز واستعادة البنية لاشتقاق قانون تصميم حجم العينة

نسرين محمد سعيد زارع

أستاذ علم النفس التربوي المشارك

قسم علم النفس - كلية اللغات والعلوم الإنسانية

جامعة القصيم - المملكة العربية السعودية

الملخص

هدفت هذه الدراسة إلى تطوير إطار تحليلي كمي لتعريف حجم الأثر البنائي (Structural Effect Size) في الشبكات السيكمترية وتحليل خصائصه الإحصائية في ظل العينات المحدودة، وذلك تمهيداً لاشتقاق قاعدة تصميم كمية، لتحديد حجم العينة في الدراسات الشبكية، يعتمد الإطار المقترح على قياس الفرق البنائي بين الشبكة الحقيقية والشبكة المقدرة باستخدام مسافة فروينينوس المعيارية بين مصفوفتي الشبكة، ثم تحويلها إلى مؤشر تشابه بنائي محصور بين الصفر والواحد، ويُعرّف حجم الأثر البنائي بوصفه مقدار الابتعاد عن التشابه البنائي الكامل، بما يعكس خطأ الاستعادة البنائية للنظام الشبكي.

ولفحص السلوك الإحصائي لهذا المؤشر، أُجريت دراسة محاكاة واسعة النطاق لشبكات سيكمترية بأحجام مختلفة من العقد ($p = 10, 20, 40$)، وكثافات بنائية متعددة ($d = 0.2, 0.5, 0.8$)، مع تغير حجم العينة، وأظهرت النتائج أن خطأ الاستعادة البنائية، الذي يمثل حجم الأثر البنائي الناتج عن خطأ التقدير الشبكي، يزداد مع تعقيد الشبكة البنائي ويتناقص عكسياً مع الجذر التربيعي لحجم العينة، كما كشفت التحليلات عن علاقة تقاربية منتظمة يمكن التعبير عنها بالعلاقة:

$$y \approx C \sqrt{\frac{d p}{N}}$$

حيث يمثل y حجم الأثر البنائي لخطأ الاستعادة، و p عدد العقد، و d كثافة الشبكة، و N حجم العينة، وتشير النتائج إلى أن دقة استعادة الشبكات تعتمد على نسبة العينة إلى تعقيد الشبكة البنائي أكثر من اعتمادها على حجم العينة المطلق، وبالأستناد إلى هذه العلاقة، تم اشتقاق قانون تصميم كمي يسمح بتقدير حجم العينة اللازم لتحقيق مستوى تشابه بنائي مستهدف، وتقدم الدراسة بذلك إسهاماً نظرياً يتمثل في إدخال مفهوم حجم الأثر البنائي إلى تحليل الشبكات السيكمترية، وإسهاماً منهجياً يتمثل في توفير قاعدة تصميم قبلي لتخطيط حجم العينة في البحوث الشبكية النفسية.

الكلمات المفتاحية: حجم الأثر البنائي، الشبكات السيكمترية، تحيز العينة المحدودة، استعادة الشبكة، تصميم حجم العينة.

Structural Effect Size in Psychometric Networks: An Asymptotic Bias–Recovery Framework for Deriving a Sample Size Design Law

Nisreen Mohamed Saeed Zarea

Associate Professor of Psychology

Psychology Department - College of Languages and Human Sciences
Qassim University - KSA

Abstract

The present study aimed to develop a quantitative analytical framework for defining Structural Effect Size in psychometric networks and examining its statistical properties under limited sample conditions, with the goal of deriving a quantitative design rule for determining sample size in network studies. The proposed framework measures the structural difference between the true network and the estimated network using the normalized Frobenius distance between their adjacency matrices, which is then transformed into a structural similarity index bounded between zero and one. Structural effect size is defined as the degree of deviation from perfect structural similarity, reflecting the structural recovery error of the network system. To examine the statistical behavior of this indicator, a large-scale simulation study was conducted on psychometric networks with different numbers of nodes ($p = 10, 20, 40$) and varying network densities ($d = 0.2, 0.5, 0.8$), while varying sample size. The results showed that structural recovery error, which represents the structural effect size resulting from network estimation error, increases with the structural complexity of the network and decreases inversely with the square root of the sample size. The analyses also revealed a regular asymptotic relationship that can be expressed as:

$$y \approx C \sqrt{\frac{dp}{N}}$$

Where y represents the structural effect size of the recovery error, p denotes the number of nodes, d the network density, and N the sample size. The findings indicate that the accuracy of network recovery depends more strongly on the ratio of sample size to structural network complexity than on the absolute sample size alone. Based on this relationship, a quantitative design rule was derived to estimate the sample size required to achieve a targeted level of structural similarity. The study thus provides a theoretical contribution by introducing the concept of structural effect size into psychometric network analysis and a methodological contribution by offering a priori design guidance for planning sample size in psychological network research.

Keywords: Structural effect size, Psychometric networks, Small-sample bias, Network recovery, Sample size design.

مقدمة الدراسة:

شهد القياس النفسي خلال العقدين الأخيرين تحول عميق في المفهوم والمنهج تمثل في الانتقال من نماذج المتغيرات الكامنة التقليدية إلى نماذج الشبكات السيكمترية (Psychometric Network Models)، التي تنظر إلى البناء النفسي بوصفه نظام من العلاقات الشرطية المباشرة بين المؤشرات بدلا من كونه انعكاسا لمتغير كامن مشترك (Borsboom & Cramer, 2013; Borsboom, 2017).

في حين تفترض النماذج العاملية أن الارتباطات بين البنود تنشأ عن عامل كامن يفسر التباين المشترك، يتفترض إطار الشبكات أن المؤشرات نفسها قد ترتبط ببعضها في منظومة تفاعلية ديناميكية، بحيث يتم فهم البنية النفسية من خلال نمط الترابط بين العقد (Nodes) والحواف (Edges)، لا من خلال معاملات التشيع على عامل كامن غير مشاهد (Epskamp et al., 2018).

وفي هذا الإطار، تعتمد العديد من الدراسات الحديثة في الشبكات السيكمترية على نماذج الرسوم البيانية الجاوسية (Gaussian Graphical Models; GGM)، لتمثيل العلاقات بين المتغيرات النفسية، وتفترض هذه النماذج أن بنية الشبكة يمكن استنتاجها من مصفوفة الدقة، أي معكوس مصفوفة التغاير، حيث تشير العناصر غير الصفريّة في هذه المصفوفة إلى وجود ارتباطات جزئية تعكس علاقات شرطية مباشرة بين المتغيرات بعد التحكم في بقية المتغيرات في النظام، وقد جعلت هذه الخاصية من نماذج GGM إطار إحصائي مركزي في تحليل الشبكات السيكمترية ودراسة البنية العلائقية للبنى النفسية متعددة الأبعاد (Borsboom et al., 2022; Epskamp et al., 2018; Lauritzen, 1996).

وإذا كان Σ تمثل مصفوفة التباين-التغاير للمجتمع، فإن البنية الشبكية يتم تعريفها عبر مصفوفة الدقة:

$$\Omega = \Sigma^{-1} \quad (1)$$

حيث تمثل العناصر غير القطرية في مصفوفة الدقة Ω العلاقات الشرطية بين المتغيرات. ويتم حساب معاملات الارتباط الجزئي بين المتغيرين i, j وفقاً للصيغة:

$$\rho_{ij \cdot V \setminus \{i, j\}} = - \frac{\omega_{ij}}{\sqrt{\omega_{ii} \omega_{jj}}} \quad (2)$$

وبذلك يتم نمذجة المتغيرات النفسية كعقد في شبكة غير موجهة، بينما تمثل الحواف الموزونة العلاقات الشرطية المباشرة بينها.

وقد أسهم هذا التحول في إعادة صياغة عدد من الأسئلة البحثية في علم النفس والعلوم السلوكية، لا سيما تلك المتعلقة ببنية الأعراض النفسية، والسمات، والاتجاهات، والقيم (Fried & Cramer, 2017)، غير أن هذا التحول المنهجي لم يقابله تطور موازي في أطر تصميم الدراسات، وخاصة فيما يتعلق بتحديد حجم العينة اللازم لاستعادة البنية الشبكية بدرجة مقبولة من الدقة.

في القياس التقليدي، يرتبط تحديد حجم العينة بتحليل القوة الإحصائية (Statistical Power Analysis)، الذي يركز على احتمال رفض فرضية صفريّة في اختبار محدد (Cohen, 1988).

أما في تحليل الشبكات، فإن موضوع الاهتمام لا ينحصر في اختبار معامل منفرد كما هو الحال في التحليلات الإحصائية التقليدية، بل في استعادة بنية كاملة متعددة المعلمات تمثل العلاقات الشرطية بين المتغيرات.

وفي هذا السياق يتزايد عدد الروابط الممكنة في الشبكة بصورة تربيعية مع زيادة عدد العقد، مما يجعل مسألة تقدير الشبكة أكثر تعقيداً من اختبار تأثير منفرد، ومن ثم فإن مفهوم القوة الإحصائية بالمعنى التقليدي يصبح غير كافٍ لتوصيف جودة التقدير في هذا النوع من النماذج، لأن التحدي المنهجي لا يتمثل في احتمال كشف تأثير واحد، بل في مدى قدرة العينة على استعادة البنية الشبكية الكاملة بدرجة مقبولة من الخطأ البنائي (Bringmann et al., 2013).

وخلال السنوات الأخيرة تم تطوير اختبارات دلالة إحصائية لمقارنة الشبكات، مثل اختبار مقارنة الشبكات (Network Comparison Test) المعتمد على اختبار التبدل (Permutation Test) لتقييم دلالة الفروق بين الشبكات من خلال إعادة ترتيب البيانات عدة مرات وبناء توزيع تجريبي لإحصاء المقارنة لاختبار فرضية تطابق شبكتين (van Borkulo et al., 2022).

غير أن الاعتماد على الدلالة الإحصائية وحدها يظل محدود من الناحية التفسيرية، نظراً لتأثرها المباشر بحجم العينة (Williams & Rast, 2023)، إذ يمكن أن تكون الفروق البنائية صغيرة، ولكنها دالة إحصائياً في عينات كبيرة، أو كبيرة نسبياً، ولكن غير دالة في عينات صغيرة، ومن هنا برزت الحاجة إلى مقياس كمي يعبر عن حجم الفرق البنائي ذاته، أي نظير لمفهوم "حجم الأثر" في الإحصاء التقليدي.

في هذا الإطار، تم اقتراح استخدام معيار فروبينوس (Frobenius Norm) لفروق المصفوفات المجاورة الموزونة بوصفه مقياس للمسافة بين شبكتين (Ulitzsch et al., 2023). يعرف معيار فروبينوس لفارق مصفوفتين A و B كما يلي:

$$\|A - B\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p (a_{ij} - b_{ij})^2} \quad (3)$$

ولتحويل المسافة إلى مقياس تشابه محصور في المجال $[0,1]$ ، يتم استخدام التحويل:

$$S_F = \frac{1}{1 + \|A - B\|_F} \quad (4)$$

غير أن الأدبيات الحديثة في تحليل الشبكات النفسية تشير إلى أن تقدير البنية الشبكية من عينات محدودة قد يؤدي إلى انحرافات منهجية في المقاييس البنوية للشبكات حتى عندما تكون الشبكة الحقيقية ثابتة على مستوى المجتمع الإحصائي. وقد أظهرت دراسات المحاكاة أن تقدير الشبكات باستخدام بيانات محدودة قد يولد اختلافات ظاهرية في البنية أو الأوزان الشبكية نتيجة تقلبات العينات أو التحيزات الإحصائية في إجراءات التقدير، الأمر الذي يستدعي الحذر عند تفسير مقاييس التشابه أو الاختلاف بين الشبكات المقدرة (de Ron et al., 2021; Epskamp et al., 2018).

من منظور نظرية التقدير، يمكن تفسير هذا السلوك في ضوء الأدبيات المتعلقة بالدوال غير الخطية للمقدرات العشوائية. فعند تطبيق تحويل غير خطي على مقدّر عشوائي، لا يكون من الضروري أن تساوي القيمة المتوقعة للدالة المطبقة على المقدّر المطبقة على القيمة المتوقعة له. ويرتبط هذا السلوك مباشرة بنتيجة أساسية في

الاحتمالات تُعرف باسم متباينة جنسن (Jensen's inequality)، التي تنص على أن القيمة المتوقعة لتحويل محدب لمتغير عشوائي لا تقل عن التحويل المطبق على قيمته المتوقعة، ولذلك فإن تطبيق التحويلات غير الخطية على المقدرات قد يولد انحياز منهجي في القيم المتوقعة حتى عندما يكون المقدّر نفسه غير متحيز (Casella & Berger, 2002)، فإذا كان لدينا مقدّر عشوائي $\hat{\Omega}$ ، فإن:

$$E[\|\hat{\Omega} - \Omega\|_F] \neq \|E[\hat{\Omega}] - \Omega\|_F \quad (5)$$

ويؤدي ذلك إلى تحيز منهجي في تقدير المسافة، حتى في حالة تطابق المجتمع، وتشير نتائج نظرية التقدير عالي الأبعاد إلى أن مقدار الخطأ في معيار فروينينوس يخضع عادة لرتبة تقاربية من الشكل:

$$\|\hat{\Omega} - \Omega\|_F = O\left(\sqrt{\frac{p}{N}}\right) \quad (6)$$

وفي العينات المحدودة قد يظهر تحيز إضافي من رتبة:

$$O\left(\frac{1}{N}\right) \quad (7)$$

حتى في حال عدم وجود فرق حقيقي بين الشبكتين.

ينبع من ذلك أن السلوك غير المثالي لمقياس فروينينوس في مقارنة الشبكات السيكموترية ليس ظاهرة عرضية، بل نتيجة مباشرة للبنية غير الخطية للمقياس عند تطبيقه على مقدرات عشوائية لمصفوفات الدقة أو الارتباطات الجزئية. عند مقارنة الشبكات السيكموترية باستخدام معيار فروينينوس، لا تعكس الفروق بين الشبكات المقدرة اختلاف حقيقي في البنية بالضرورة، بل قد تنتج جزئياً عن خصائص التقدير الإحصائي في العينات المحدودة. ولذلك يصبح فهم هذا السلوك مرتبط بتحليل الخطأ البنائي الناتج عن تقدير الشبكات عالية الأبعاد. وفي هذا الإطار تقترح الدراسة الحالية مفهوم حجم الأثر البنائي (Structural Effect Size) الذي يمكن تعريفه بأنه:

$$\text{Structural Effect Size} = 1 - E[s_F] \quad (8)$$

حيث:

1. s_F يمثل معامل التشابه البنائي بين الشبكة الحقيقية والشبكة المقدرة، وهو مقياس مشتق من معيار فروينينوس للمسافة بين المصفوفات.

2. $E[s_F]$ تمثل القيمة المتوقعة لمعامل التشابه عبر تكرارات المحاكاة أو عبر العينات الممكنة من المجتمع الإحصائي.

ويمثل هذا المقدار متوسط خطأ الاستعادة البنائية بين الشبكة الحقيقية والشبكة المقدرة، ويتم فهم هذا المؤشر بوصفه تابع لثلاثة عوامل تصميمية رئيسة هي عدد العقد في الشبكة p ، وكثافتها d ، وحجم العينة N ، بحيث يرتبط تعقيد الشبكة الفعلي بالمركب dp الذي يجمع بين عدد المتغيرات وكثافة العلاقات بينها.

تمثل هذه الدراسة محاولة للانتقال من المستوى الوصفي في تحليل التشابه بين الشبكات إلى مستوى أكثر تفسيراً وتصميماً، ففي حين ركزت الأدبيات السابقة في القياس الشبكي على تطوير مؤشرات لقياس التشابه أو الاختلاف بين الشبكات السيكموترية وتطبيقها في المقارنات التجريبية (de Ron et al., 2021; Williams & Rast, 2023)، فإن السؤال المتعلق بالخصائص الإحصائية لهذه المقاييس في العينات المحدودة ظل أقل تناولاً بصورة تحليلية. وفي المقابل، تناولت أدبيات الإحصاء عالي الأبعاد مسألة تقدير البنى

الرسومية واحتمالات استعادتها في ظل زيادة عدد المتغيرات مقارنة بحجم العينة، وقدمت تحليلات دقيقة لمعدلات التقارب وشروط استعادة البنية في النماذج الرسومية المنتظمة (Bühlmann & van de Geer, 2011; Ravikumar et al., 2010).

ومن هذا المنطلق تسعى الدراسة الحالية إلى الربط بين هذين المسارين البحثيين، من خلال تحليل الخصائص الإحصائية لمقياس التشابه القائم على معيار فروينينوس في سياق الشبكات السيكموترية، ثم توظيف هذا التحليل في اشتقاق قاعدة كمية يمكن استخدامها في تخطيط حجم العينة، لتحقيق مستوى محدد من دقة استعادة البنية الشبكية، وبهذا تقدم الدراسة مساهمة منهجية تتمثل في تحويل نتائج تحليل التحيز في المقاييس المصفوفية إلى أداة تصميم يمكن أن تدعم تخطيط الدراسات الشبكية في القياس النفسي والتربوي.

مشكلة الدراسة:

أدى التوسع المتسارع في استخدام نماذج الشبكات السيكموترية إلى إعادة تشكيل الطريقة التي يفهم بها البناء النفسي في القياس التربوي والنفسي، فلم يعد التركيز منصب على تقدير معاملات مفردة أو درجات كامنة، بل على استعادة بنية شبكية كاملة تمثل نمط العلاقات الشرطية بين المؤشرات (Borsboom, 2017; Epskamp et al., 2018). غير أن هذا التحول المفاهيمي والمنهجي لم يواكبه تطور مكافئ في قواعد تصميم الدراسات، ولا سيما فيما يتعلق بتحديد حجم العينة اللازم لضمان دقة الاستعادة البنائية. في الإحصاء التقليدي، يتم تحديد حجم العينة في أغلب الأحيان بالرجوع إلى تحليل القوة الإحصائية (Statistical Power Analysis)، الذي يركز على احتمال كشف تأثير معين في اختبار فرضية محددة (Cohen, 1988). غير أن هذا الإطار لا ينتقل بصورة مباشرة إلى تحليل الشبكات، لأن موضوع الاهتمام لم يعد معلمة واحدة أو عدد محدود من المعلمات، بل مصفوفة كاملة من العلاقات يتزايد عدد عناصرها بمعدل تربيعي مع عدد العقد، ومن ثم فإن مفهوم القوة الإحصائية بمعناه الكلاسيكي يصبح غير كافٍ لتوصيف جودة استعادة شبكة سيكموترية متعددة المعلمات.

علاوة على ذلك، تشير الأدبيات المنهجية في تقدير الشبكات إلى أن سلوك الاستعادة البنائية يتأثر بشدة بنسبة عدد المعلمات إلى حجم العينة، وبدرجات الانظام المستخدمة في الاختيار النموذجي (Chen & Friedman et al., 2008; Chen, 2008). وقد أظهرت دراسات منهجية وتجريبية أن تقدير الشبكات النفسية قد يتأثر بدرجة كبيرة بالتباين العيني وبحجم العينة المتاح، فقد بينت تحليلات المحاكاة أن استقرار الحواف ومؤشرات الشبكة يمكن أن يكون محدوداً في العينات الصغيرة، وأن تفسير البنية الشبكية يتطلب دقة التقدير عبر إجراءات مثل: bootstrap وتحليل الاستقرار (Epskamp et al., 2018).

كما أظهرت دراسات لاحقة أن الشبكات المقدرة قد تعكس أنماطاً عشوائية أو غير مستقرة عندما تكون أحجام العينات غير كافية، مما يحد من قابلية إعادة إنتاج البنية الشبكية عبر الدراسات المختلفة (Forbes et al., 2021). ومع ذلك، لم يتم دراسة تلك النتائج ضمن إطار نظري موحد يربط بصورة صريحة بين تعقيد الشبكة، وسلوك التحيز، ومتطلبات حجم العينة.

من جهة أخرى، وعلى الرغم من التطور المتسارع في أدوات مقارنة الشبكات عبر المجموعات، لا يزال قياس درجة الاختلاف أو التشابه بين شبكتين يمثل تحدياً من التحديات المنهجية التي لم يتم حلها بصورة كافية، فقد ركزت معظم الجهود على تطوير اختبارات دلالة إحصائية للكشف عن وجود فروق بين الشبكات، مثل اختبار

مقارنة الشبكات القائم على اختبار التبادل، غير أن هذه الاختبارات تجيب عن سؤال هل يوجد فرق دون أن تقدم تقدير كمي دقيق لحجم هذا الفرق أو شدته، أي دون أن توفر نظير واضح لمفهوم حجم الأثر في سياق الشبكات السيكمترية. استجابة لذلك، تم اقتراح استخدام معيار فروينينوس لفروق المصفوفات المجاورة الموزونة بوصفه مقياس للمسافة بين الشبكات، ثم تحويله إلى مقياس تشابه محصور بين الصفر والواحد، وقد تم اعتبار هذا المقياس خطوة منهجية مهمة نحو بناء مفهوم لحجم الأثر البنائي. غير أن نتائج المحاكاة أظهرت سلوك غير متوقع لهذا المقياس في العينات المحدودة، إذ قد يعطي قيم تشير إلى عدم تطابق الشبكتين حتى عندما تكون الشبكتان متماثلتين على مستوى المجتمع الإحصائي، كما يتأثر بصورة منهجية بحجم العينة وعدد العقد وكثافة الشبكة.

تكمّن الإشكالية في أن هذا السلوك لم يتم تفسيره تفسيراً رياضياً دقيقاً، بل تم عرضه بوصفه نتيجة تجريبية تستدعي الحذر في الاستخدام، وفي غياب تحليل نظري رسمي، يظل من غير الواضح ما إذا كان هذا الانحراف ناتج عن خصائص تقدير مصفوفات الدقة في العينات المحدودة، أم عن الطبيعة غير الخطية لمعيار فروينينوس ذاته، أم عن تفاعل البعدين معاً. وتزداد أهمية هذه الإشكالية في ضوء ما تقرره الأدبيات الإحصائية بشأن تمييز الإحصاءات غير الخطية في العينات المحدودة، لا سيما عند تطبيق دوال معيارية أو تربيعية على مقدرات عشوائية، حيث لا تساوي القيمة المتوقعة للدالة غير الخطية تطبيقها على القيمة الحقيقية للمجتمع نتيجة لعدم خطية التحويل.

ومن ثم، تتجلى المشكلة المنهجية في غياب مفهوم صريح وقابل للقياس لما يمكن تسميته بحجم الأثر البنائي في الشبكات السيكمترية، وغياب إطار تقاربي يفسر سلوكه في العينات المحدودة، ويفككه إلى مكونات تحيز وتباين، ويربطه بصورة مباشرة بخصائص التصميم (عدد العقد p ، وكثافة الشبكة d ، وحجم العينة N). فبدون تعريف كمي واضح لهذا الأثر البنائي، يصبح من الصعب صياغة قواعد عامة لتخطيط حجم العينة، أو تقييم مدى كفاية العينة في استعادة البنية الحقيقية، أو تفسير نتائج المقارنات بين الشبكات.

كما لا يتوافر في الأدبيات الحالية قانون كمي عام يحدد العلاقة بين تعقيد الشبكة (عدد العقد وكثافتها) وحجم العينة ومستوى الاستعادة البنائية المتوقع، وعلى الرغم من وجود إشارات واضحة في أدبيات الإحصاء عالي الأبعاد إلى أن سلوك التقدير يعتمد بدرجة كبيرة على العلاقة بين عدد المعلمات وحجم العينة، فإن هذه النتائج في الأغلب تم تطويرها في سياق نماذج الانحدار أو التعلم الإحصائي المتناثر. ففي مثل هذه النماذج، يتحدد أداء إجراءات التقدير واختيار النموذج بصورة جوهرية بنسبة p/N ، حيث يمثل p عدد المتغيرات أو المعلمات و N حجم العينة، وهو ما يؤثر مباشرة في قابلية استعادة البنية الحقيقية للنموذج، وتشير الأدبيات إلى أن نجاح طرق التقدير في البيئات عالية الأبعاد يعتمد على افتراضات مثل التناثر البنائي (sparsity)، وعلى العلاقة بين تعقيد النموذج وحجم العينة، الأمر الذي يبرز الدور المركزي لنسبة p/N في تحديد استقرار التقدير وإمكانية استعادة البنية الإحصائية للنظام (Hastie et al., 2015; Wainwright, 2019). غير أن هذه النتائج، على الرغم من أهميتها، لم تترجم بعد إلى قانون كمي مباشر يربط بين تعقيد الشبكات السيكمترية ومستوى الاستعادة البنائية المتوقع، وهو ما تسعى الدراسة الحالية إلى معالجته. وبذلك، لا تقتصر الدراسة الحالية على فحص سلوك مقياس مستخدم بشكل فعلي في الأدبيات، بل تسعى إلى إعادة تأسيسه نظرياً، ودمج أدبيات التحيز في الإحصاءات غير الخطية مع أدبيات استعادة الشبكات، بحيث يتم وضع تحليل الشبكات السيكمترية في سياق تصميمي مضبوط يماثل ما هو متوافر في تحليل القوة الإحصائية التقليدي، مع مراعاة خصوصية التقدير البنائي متعدد المعلمات.

أسئلة الدراسة:

تنطلق الدراسة الحالية من محاولة بناء إطار تحليلي لفهم السلوك الإحصائي لمقاييس التشابه البنائي في الشبكات السيكمترية عند تقديرها من عينات محدودة، واستكشاف العلاقة بين تعقيد الشبكة وحجم العينة ودقة الاستعادة البنائية. ومن ثم تسعى الدراسة للإجابة عن السؤال الرئيس الآتي:

ما طبيعة العلاقة بين حجم الأثر البنائي في الشبكات السيكمترية وتعقيد الشبكة وحجم العينة، وكيف يمكن توظيف هذه العلاقة في اشتقاق قاعدة تصميم كمية لتحديد حجم العينة اللازمة لتحقيق مستوى مستهدف من الاستعادة البنائية؟

الأسئلة الفرعية:

1. كيف يمكن تعريف حجم الأثر البنائي في الشبكات السيكمترية تعريف كمي يعكس الفرق بين الشبكة الحقيقية والشبكة المقدرة؟
2. ما الطبيعة الإحصائية للتحيز في مقياس التشابه البنائي القائم على معيار فروينينوس عند تقدير الشبكات السيكمترية من عينات محدودة؟
3. كيف يتحدد مقدار التحيز في ضوء خصائص الشبكة البنائية؟
4. هل يخضع خطأ الاستعادة البنائية لنمط تقاربي منتظم يمكن التعبير عنه في صورة علاقة مستقرة بين تعقيد الشبكة وحجم العينة عبر شروط تصميم مختلفة؟
5. ما مدى إسهام كل من التحيز والتباين في تكوين الخطأ البنائي الكلي عند استعادة الشبكات السيكمترية؟
6. كيف يمكن توظيف العلاقة بين التعقيد البنائي للشبكة وحجم العينة في اشتقاق قاعدة كمية لتحديد حجم العينة اللازمة لتحقيق مستوى مستهدف من الاستعادة البنائية؟

أهداف الدراسة: تهدف الدراسة الحالية إلى بناء إطار تحليلي تقاربي يفسر سلوك الاستعادة البنائية في الشبكات السيكمترية في ضوء تعقيد الشبكة وحجم العينة، وتحويل هذا الفهم إلى أداة تصميم قبلي لتخطيط الدراسات الشبكية، ويتفرع عن هذا الهدف العام الأهداف الآتية:

1. تقديم تعريف كمي لمفهوم حجم الأثر البنائي في الشبكات السيكمترية، بحيث يعبر عن مقدار الفرق بين الشبكة الحقيقية في المجتمع الإحصائي والشبكة المقدرة من البيانات العينية.
2. تحليل الطبيعة الإحصائية للتحيز في مقياس التشابه البنائي القائم على معيار فروينينوس عند تقدير الشبكات السيكمترية من عينات محدودة.
3. فحص كيفية تأثير هذا التحيز بالخصائص البنائية للشبكة وحجم العينة، وذلك من خلال دراسة أثر عدد المتغيرات في الشبكة وكثافة الروابط وحجم العينة في مقدار التحيز البنائي.
4. اختبار ما إذا كان خطأ الاستعادة البنائية يخضع لنمط رياضي منتظم يمكن التعبير عنه في صورة علاقة مستقرة تربط بين تعقيد الشبكة وحجم العينة عبر شروط تصميم مختلفة.
5. تحليل المكونات الإحصائية للخطأ البنائي الكلي من خلال تفكيكه إلى مكوي التحيز والتباين وتقدير إسهام كل منهما في تفسير الخطأ في استعادة الشبكة.
6. اشتقاق قاعدة كمية لتحديد حجم العينة اللازم لتقدير الشبكات السيكمترية، بحيث تحقق مستوى مستهدف من الاستعادة البنائية، بما يسمح باستخدامها أداة لتخطيط حجم العينة في الدراسات الشبكية.

أهمية الدراسة: تبرز جدوى هذه الدراسة من أهميتها النظرية والتطبيقية على النحو الآتي:
الأهمية النظرية:

تسهم الدراسة في تطوير أساس تقاربي منظم لتحليل الاستعادة البنائية في الشبكات السيكمومترية، من خلال إعادة تعريف حجم الأثر البنائي بصورة كمية، وتفسير سلوك مقياس التشابه في ضوء تحيزات التقدير في العينات المحدودة. كما تسد فجوة منهجية في الأدبيات تتمثل في غياب إطار نظري يربط بين تعقيد الشبكة وجودة الاستعادة، وتنقل تحليل الشبكات من مستوى الوصف التجريبي إلى مستوى النمذجة التصميمية المنتظمة.
الأهمية التطبيقية:

توفر الدراسة قاعدة كمية لتخطيط حجم العينة في الدراسات الشبكية، بما يسمح بتحديد المتطلبات اللازمة لتحقيق مستوى مستهدف من الاستعادة البنائية، ويسهم ذلك في تقليل مخاطر التفسير الزائد في العينات الصغيرة، وتعزيز دقة المقارنات بين الشبكات في البحوث النفسية والتربوية، ودعم اتخاذ قرارات تصميمية قائمة على أسس منهجية واضحة.

حدود الدراسة:

الحدود الموضوعية: تقتصر الدراسة على تحليل الاستعادة البنائية في إطار الشبكات السيكمومترية المقدرة من خلال نماذج الرسوم البيانية الجاوسية، مع التركيز على مقياس التشابه القائم على معيار فروينينوس بوصفه أساساً لتعريف حجم الأثر البنائي، ولا تمتد النتائج إلى أنواع أخرى من الشبكات غير الجاوسية أو إلى مقاييس تشابه بديلة.
الحدود المنهجية: تعتمد الدراسة على إطار تقاربي مدعوم بمحاكاة عددية منتظمة، لتحليل سلوك التحيز والاستعادة البنائية، ومن ثم فإن الاستنتاجات ترتبط بالشروط التصميمية التي تم تضمينها في نماذج المحاكاة، ولا تفترض تعميم آلي على جميع أوضاع التقدير الممكنة.

الحدود الإحصائية: تركز الدراسة على تأثير عدد المتغيرات وكثافة الشبكة وحجم العينة في سياق التقدير المنتظم، ولا تتناول بصورة موسعة تأثير العوامل الأخرى مثل: سوء توصيف النموذج أو انتهاك افتراضات التوزيع.
الحدود التطبيقية: يهدف القانون التصميمي المقترح إلى توجيه تخطيط الدراسات الشبكية في القياس النفسي والتربوي، إلا أن تطبيقه في سياقات ميدانية يتطلب مراعاة الخصائص الخاصة بكل أداة قياس أو مجتمع بحثي.

مصطلحات الدراسة:

الشبكة السيكمومترية (Psychometric Network): تمثل الشبكة السيكمومترية هيكلًا رسوميًا للبناء النفسي، حيث يتم فهم العلاقات بين مؤشرات القياس على أنها علاقات شرطية مباشرة بين متغيرات الظاهرة بدل من افتراض متغير كامن مشترك، وتستخدم نماذج الرسوم البيانية مثل Gaussian Graphical Models لتمثيل هذه العلاقات (Epskamp & Fried, 2018; Borsboom, 2017).

الاستعادة البنائية (Structural Recovery): تشير إلى قدرة عملية التقدير الإحصائي للشبكة على إعادة تمثيل البنية الحقيقية للعلاقات بين المتغيرات في المجتمع، بحيث يكون التشابه البنائي بين الشبكة المقدرة والحقيقية مؤشر على جودة الاستعادة (Ávalos-Tejeda & Calderón, 2025).

حجم الأثر البنائي (Structural Effect Size): يعبر حجم الأثر البنائي عن مقدار الفرق البنائي الكمي بين الشبكة الحقيقية والشبكة المقدرة بصورة منهجية ومنظمة، كبديل عن الاعتماد الحصري على الدلالة الإحصائية، ويشكل مؤشر على جودة تقدير البنية الكلية بدلاً من الفروق الجزئية فقط (Ulitzsch et al., 2023).

التعقيد البنائي (Structural Complexity): يمثل خاصية التركيب البنائي للشبكة التي تؤثر في صعوبة تقديرها واستعادتها بدقة، ويشمل ذلك عدد المتغيرات وكثافة العلاقات بينها، حيث يترادف التعقيد مع ارتفاع عدد الحواف الممكنة في الشبكة (Ávalos-Tejeda & Calderón, 2025).

مقياس التشابه الشبكي (Network Similarity Measure): هو مؤشر يتم استخدامه لتحديد درجة التشابه البنائي بين شبكتين مقدرتين، بحيث يقيس مدى الاتفاق في البنية الكلية للعلاقة بين المتغيرات، ويعد مقياس تكميلي لاختبارات الدلالة التقليدية عند مقارنة الشبكات (Ulitzsch et al., 2023).

التحيز البنائي (Structural Bias): يشير التحيز البنائي إلى الانحراف المنهجي في تقدير الفرق البنائي بين شبكتين عند استخدام مقياس التشابه في عينات محدودة، ويعكس تأثير خصائص التقدير العشوائي والتحويل غير الخطي في القياسات، وليس الفرق الحقيقي في البنية نفسها (Ulitzsch et al., 2023).

التباين العشوائي (Random Variance Component): هو الجزء من خطأ الاستعادة البنائية الناتج عن التقلبات العشوائية في تقدير الشبكات من العينة، ويتناقض عادة مع زيادة حجم العينة ويعكس التأثير غير المنهجي لعينة معينة على جودة التقدير (Ávalos-Tejeda & Calderón, 2025).

الإطار النظري:

تعريف البناء النفسي في ضوء نظرية الشبكات:

شهد القياس النفسي خلال العقدتين الأخيرين تحولاً إستمولوجياً واضحاً مع بروز نظرية الشبكات السيكموترية، التي ترى أن الظواهر النفسية يمكن فهمها بوصفها نظام من التفاعلات المباشرة بين المؤشرات النفسية، لا بوصفها علاقات تنشأ بالضرورة عن عامل كامن غير مشاهد (Borsboom & Cramer, 2017; 2013). ووفق هذا المنظور، يتم فهم العلاقات بين البنود أو المتغيرات النفسية بوصفها اعتمادات شرطية مباشرة؛ أي إن ارتباط بندين قد يعكس علاقة مباشرة بعد تثبيت بقية البنود، وليس مجرد انعكاس لعامل مشترك كامن.

في سياق البيانات المتصلة، يعتمد تحليل الشبكات السيكموترية في الأغلب على نماذج الرسوم البيانية الجاوسية (Gaussian Graphical Models) بوصفها الإطار الإحصائي القياسي لاشتقاق البنية الشرطية للشبكة من البيانات (Epskamp et al., 2018). يفترض هذا الإطار أن متجه الاستجابات:

$$X = (X_1, \dots, X_p)^T \sim \mathcal{N}_p(0, \Sigma) \quad (9)$$

حيث Σ مصفوفة التباين للمجتمع، ومن ثم تُعرّف مصفوفة الدقة:

$$\Omega = \Sigma^{-1} \quad (10)$$

في هذا السياق، تصبح الأصفار خارج القطر هي مركز الدلالة البنائية، لأن:

$$\omega_{ij} = 0 \Leftrightarrow X_i \perp X_j \mid X_{-ij} \quad (11)$$

أي إن غياب الحافة بين عقدتين يمثل استقلالاً شرطياً بعد تثبيت بقية العقد (Lauritzen, 1996; Epskamp et al., 2018). ومن ثم لا يعود موضوع القياس هو تقدير درجة أو معلمة منعزلة، بل استعادة بنية مصفوفة كاملة من الاعتمادات الشرطية تمثل طوبولوجيا علاقات معقدة بين المؤشرات.

هذا التحول في وحدة القياس من معلمة مفردة إلى بنية علائقية هو ما يضع تحليل الشبكات في تماس مباشر مع سؤال منهجي أعمق وهو كيف نصمم دراسة تمكننا من استعادة هذه البنية بدرجة موثوقة؟ وكيف نعرف حجم الأثر عندما يصبح الأثر بنائياً لا أحادي المعلمة؟

الاستعادة البنائية كمشكلة تقدير عالي الأبعاد: على خلاف تقدير معامل واحد، تنطوي استعادة الشبكات السيكونومترية على تقدير عدد كبير من الملمات ينمو تربيعياً مع عدد المتغيرات، ففي شبكة غير موجهة بلا حواف ذاتية، يبلغ عدد الحواف الممكنة:

$$\frac{p(p-1)}{2} \quad (12)$$

ما يعني أن تعقيد البنية ليس خطياً في p ، بل من رتبة $O(p^2)$ ، وفي مثل هذه الإعدادات، يصبح تقدير البنية الشبكية في بيانات عالية الأبعاد (high-dimensional setting) يمثل تحدياً إحصائياً؛ إذ لا يتحدد أداء الاستعادة بحجم العينة المطلق فقط، بل بنسبة التعقيد إلى حجم العينة، وبخصائص الانتظام، وبينية التناثر (Hastie et al., 2015) Sparsity. ولهذا شاع استخدام تقديرات منتظمة مثل: Graphical Lasso لتقدير مصفوفات الدقة بصورة متناثرة ومستقرة (Friedman et al., 2008).

يتم صياغة تقدير Graphical Lasso على نحو:

$$\hat{\Omega} = \arg \max_{\Omega \geq 0} [\log \det(\Omega) - \text{tr}(S\Omega) - \lambda \|\Omega\|_1] \quad (13)$$

حيث S مصفوفة التباين العينية و λ معامل الانتظام، هذه الصياغة تعكس منطق منهجي مزدوج فهي تقوم بتحسين الاستقرار عبر تقليص ضوضاء العينات وإنتاج حلول متناثرة، لكنها في الوقت ذاته تقوم بإدخال تحيز بنائي لأن الانكماش يجعل:

$$\mathbb{E}[\hat{\Omega}] \neq \Omega \quad (14)$$

وبالتالي فإن الشبكة المقدرة ليست مجرد نسخة ضوئية من الشبكة الحقيقية، بل قد تكون نسخة منكشمة بنائياً بفعل آلية الانتظام (Friedman et al., 2008; Hastie et al., 2015). من هنا يصبح من الضروري فهم الاستعادة البنائية بوصفها نتيجة تفاعل مركب بين التحيز (Shrinkage Bias) وتباين العينات (Sampling Variance).

التعقيد البنائي ومفهوم الكثافة: لا يعكس عدد العقد p وحده تعقيد الاستعادة (Recovery Complexity)، لأن شبكتين لهما عدد العقد نفسه قد تختلفان بصورة جذرية في عدد الحواف الفعلية. لذلك يتم استعمال مفهوم الكثافة (density) لتمثيل نسبة الحواف غير الصفيرية إلى العدد الكلي الممكن:

$$d = \frac{s}{\frac{p(p-1)}{2}} \quad (15)$$

حيث $s = |S|$ هو عدد الحواف الفعلية (الدعم البنائي). وعليه:

$$s \approx d \cdot \frac{p(p-1)}{2} \quad (16)$$

هذا يعني أن التعقيد الفعلي الذي تتحمله عملية الاستعادة يتناسب مع dp^2 تقريباً، لا مع p فقط، وهو ما يفسر لماذا تظهر نتائج الاستعادة حساسة بشدة للكثافة حتى عندما يكون عدد المتغيرات ثابتاً لأن زيادة الكثافة تعني زيادة عدد العلاقات التي يجب تقديرها من بيانات العينات. ويتسق هذا التفسير مع الرؤية الشبكية للظواهر النفسية التي تنظر إلى المتغيرات بوصفها نظام ديناميكي من التفاعلات المتبادلة، بحيث يزداد التعقيد البنوي للنظام بزيادة الترابط بين عناصره (Fonseca-Pedrero, 2017).

تعريف حجم الأثر البنائي عبر معيار فروينينوس: في الإحصاء التقليدي يتم تعريف حجم الأثر بوصفه مقدار الفرق أو قوة العلاقة بغض النظر عن حجم العينة (Cohen, 1988). غير أن هذا المفهوم لا ينتقل مباشرة إلى سياق الشبكات، لأن المقارنة لا تتم بين معاملين منفرد بل بين بنيتين كاملتين، لذلك يصبح من الطبيعي استخدام مقياس معياري يلخص الفرق بين مصفوفتين شبكيتين في مقدار واحد.

لتكن A المصفوفة الموزونة لشبكة المجتمع، $\hat{A}$ الشبكة المقدرة، ونعرف مصفوفة الخطأ:

$$E = \hat{A} - A \quad (17)$$

يُعد معيار فروينينوس أساساً طبيعياً لتعريف الخطأ البنائي الكلي:

$$\|E\|_F^2 = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p E_{ij}^2 \quad (18)$$

تفكيك معيار فروينينوس في الشبكات غير الموجهة: إذا كانت الشبكة غير موجهة (أي E متماثلة) وقطرها

$$\|E\|_F^2 = 2 \sum_{1 \leq i < j \leq p} E_{ij}^2 \quad (19)$$

صفري، فإن:

من تعريف فروينينوس $\|E\|_F^2 = \sum_{i,j} E_{ij}^2$. ومع تماثل $E_{ij} = E_{ji}$ و $E_{ii} = 0$ ، يحتسب كل حد $j < i$ مرتين في الجمع الكلي، فنتج المعادلة (Lemma 1)

يظهر من هذه المعادلة أن الخطأ البنائي الكلي ليس شئ غامض، بل هو تجميع تراكمي لمربعات أخطاء الحواف، ومن ثم فإنه حساس مباشرة لعدد الحواف التي تتراكم عليها الأخطاء. وقد استخدمت أدبيات حديثة هذا المقياس بوصفه أساساً لمسافات شبكية معيارية يتم استعمالها في مقارنة الشبكات السيكمترية (Ulitzsch et al., 2023).

تعريف S_F وخطأ الاستعادة y : لتحقيق قابلية المقارنة عبر أحجام شبكية مختلفة، يتم استخدام مسافة فروينينوس المعيارية (Normalized Frobenius Distance):

$$d_F = \frac{1}{\sqrt{p/2}} \|E\|_F \quad (20)$$

حيث تمثل E مصفوفة أخطاء التقدير بين الشبكة الحقيقية والمقدّرة، وبما أن عناصر هذه المصفوفة ناتجة عن تقدير إحصائي من عينة محدودة، فإن d_F يصبح متغير عشوائي يعتمد على تقلبات العينة. بعد ذلك يتم تحويل المسافة إلى مؤشر تشابه $[0,1]$:

$$s_F = \frac{1}{1 + d_F} \quad (21)$$

وهو تحويل غير خطي (Nonlinear transformation).

ولتسهيل بناء قانون تصميم، يتم تعريف خطأ الاستعادة البنائية بوصفه الابتعاد عن التشابه الكامل:

$$y = 1 - s_F \quad (22)$$

في الإحصاء، عندما يكون لدينا متغير عشوائي X وتحويل غير خطي $g(X)$ ، فإن القاعدة العامة هي:

$$E[g(X)] \neq g(E[X]) \quad (23)$$

أي أن التوقع الرياضي بعد التحويل لا يساوي تحويل التوقع، وهذه الخاصية يتم تعريفها في التحليل الرياضي من خلال عدم خطية التوقع وتظهر بوضوح في تطبيقات مثل متباينة جنسن (Jensen's inequality). عندما يكون المجتمعان متطابقين فإن القيمة النظرية هي:

$$d_F(\text{population}) = 0 \quad (24)$$

وبالتالي بالتعويض في المعادلة (21)

$$s_F(\text{population}) = 1 \quad (25)$$

إلا أن d_F في العينات المحدودة لا يساوي صفر بل يأخذ قيم موجبة بسبب أخطاء التقدير، مما يؤدي إلى:

$$\mathbb{E}[s_F] < 1 \quad (26)$$

أي أن متوسط التشابه المقدر يكون أقل من التشابه الحقيقي. ينتج عن ذلك تحيز للعينة المحدودة (Finite-sample bias) في مؤشر التشابه s_F ، بحيث يميل المؤشر إلى التقليل من التشابه البنائي الحقيقي بين الشبكات. وهذا التحيز ليس نتيجة اختلاف حقيقي في البنية، بل نتيجة التفاعل بين أخطاء التقدير في العينات المحدودة والتحويل غير الخطي المستخدم لتحويل المسافة إلى تشابه. ولهذا السبب لا يكفي وصف سلوك s_F تجريبياً، بل يتطلب الأمر تحليل تقاربي لفهم كيفية تغير التحيز مع حجم العينة وتعقيد الشبكة.

من أجل توصيف الفرق البنائي بين الشبكة الحقيقية والشبكة المقدّرة بصورة كمية، تعتمد الدراسة الحالية تعريفاً لما يمكن تسميته حجم الأثر البنائي (Structural Effect Size)، والذي يتم تعريفه بالمعادلة الآتية:

$$\text{Structural Effect Size} = 1 - \mathbb{E}[s_F] \quad (27)$$

حيث:

1. s_F يمثل معامل التشابه البنائي بين الشبكة الحقيقية والشبكة المقدّرة، وهو مقياس مشتق من معيار فروينيبوس للمسافة بين المصفوفات.

2. $\mathbb{E}[s_F]$ تمثل القيمة المتوقعة لمعامل التشابه عبر تكرارات المحاكاة أو عبر العينات الممكنة من المجتمع الإحصائي

3. $\mathbb{E}$ هو مؤثر التوقع الرياضي (Expectation Operator) الذي يعبر عن المتوسط النظري لقيم المتغير العشوائي.

ويمثل معامل التشابه S_F مؤشراً لمدى تقارب البنية المقدرة من البنية الحقيقية، حيث تأخذ قيمته نطاقاً يقع بين الصفر والواحد، بحيث تشير القيم القريبة من الواحد إلى تشابه بنيوي مرتفع بين الشبكتين. في ضوء هذا التعريف، فإن المقدار $1 - \mathbb{E}[S_F]$ يمثل الانحراف المتوقع عن التشابه البنائي الكامل. فكلما اقتربت القيمة المتوقعة لمعامل التشابه من الواحد، دل ذلك على قدرة أكبر للعينة على استعادة البنية الحقيقية للشبكة، وبالتالي يقترب حجم الأثر البنائي من الصفر. أما إذا انخفضت قيمة التشابه المتوقع، فإن ذلك يعكس زيادة الفرق البنائي بين الشبكة المقدرة والشبكة الحقيقية.

ومن ثم يمكن تفسير حجم الأثر البنائي بوصفه مقياس لمقدار الخطأ البنائي المتوقع في استعادة الشبكة نتيجة محدودة حجم العينة أو تعقيد البنية الشبكية، يعد هذا التعريف مناسباً لقياس حجم الأثر البنائي لعدة أسباب منهجية: أولاً: يوفر هذا التعريف مقياس محدد ومباشر للتفسير، حيث يقع حجم الأثر البنائي ضمن المجال:

$$0 \leq 1 - \mathbb{E}[S_F] \leq 1 \quad (28)$$

فالقيمة الصفرية تعني استعادة بنائية شبه كاملة، بينما تشير القيم الأكبر إلى زيادة الفرق البنائي بين الشبكتين. ثانياً: يعكس هذا التعريف الطبيعة متعددة الملامح للشبكات السيكونومترية. ففي حين يركز مفهوم حجم الأثر في الإحصاء التقليدي على تقدير الفرق في معلمة واحدة، فإن تحليل الشبكات يتعامل مع بنية كاملة تتضمن عدداً كبيراً من العلاقات الممكنة بين المتغيرات. ومن ثم فإن تقييم جودة التقدير يجب أن يعتمد على مقياس يلخص الاختلاف البنائي الكلي بين الشبكتين.

ثالثاً: يسمح هذا التعريف بربط حجم الأثر مباشرة بخصائص تصميم الدراسة، مثل حجم العينة وعدد المتغيرات وكثافة الشبكة، مما يتيح استخدامه كأساس لاشتقاق قواعد كمية لتخطيط حجم العينة في الدراسات الشبكية. بناء على ذلك، يمكن النظر إلى حجم الأثر البنائي كما تم تعريفه في هذه الدراسة بوصفه مقياس عام لجودة استعادة البنية الشبكية، إذ يعبر عن مقدار الانحراف المتوقع بين الشبكة الحقيقية والشبكة المقدرة في ظل شروط تصميم معينة، ويسمح هذا التعريف بالانتقال من مجرد وصف درجة التشابه بين الشبكات إلى بناء إطار تحليلي يمكن من خلاله دراسة العلاقة بين تعقيد الشبكة وحجم العينة ودقة الاستعادة البنائية.

اشتقاق قانون القياس البنائي (Scaling Law): إذا كانت الأخطاء مركزة على الحواف الفعلية S (وهو تقريب طبيعي عندما تكون الشبكة متناثرة نسبياً أو عندما تكون الحواف غير الصفرية هي محور الاستعادة)، فإن:

$$\mathbb{E}[\|E\|_F^2] \approx 2s \mathbb{E}[E_{ij}^2] \quad (29)$$

البرهان: من (Lemma 1)، يتحدد $\|E\|_F^2$ عبر جمع مربعات أخطاء الحواف، إذا كانت الحواف غير الموجودة لا تحمل أخطاء ذات وزن مماثل للحواف الموجودة، فإن الجمع يتركز على S ، ومع التجانس عبر الحواف داخل S في تصميمات المحاكاة، وبهذا ينتج تناسب (Lemma 2)

معدل خطأ الحافة في تقدير GGM عالي الأبعاد: تشير النتائج الكلاسيكية في تقدير الرسوم البيانية الجاوسية عالية الأبعاد إلى أن خطأ تقدير مصفوفة الدقة يملك معدل تقاربي من الصورة:

$$\|\hat{\Omega} - \Omega\|_{\max} = O_p\left(\sqrt{\frac{\log p}{N}}\right) \quad (30)$$

(Ravikumar et al., 2011; Hastie et al., 2015)

ومنه، وبصيغة عملية تتسق مع نطاقات التصميم والمحاكاة، يمكن تقريب متوسط مربع خطأ الحافة على نحو:

$$\mathbb{E}[E_{ij}^2] \approx C^2 \frac{p}{N} \quad (31)$$

حيث $C > 0$ ثابت معيارية يمتص أثر الانتظام وشدة الإشارة.

بالتعويض في Lemma 2 ومع $s \approx d \cdot \frac{p(p-1)}{2}$ نحصل على تقريب تجميعي يقود إلى أن المسافة المعيارية (Lemma 3) تتبع القانون التالي:

$$\mathbb{E}[d_F] \propto \sqrt{\frac{dp}{N}} \quad (32)$$

قانون الرتبة الأولى للاستعادة البنائية (Theorem 1):

تحت تقدير منتظم للشبكة، ومع اعتبار التعقيد الفعال d و p ، فإن خطأ الاستعادة البنائية المعروف بـ $y = 1 - s_F$ يخضع تقريباً لقانون من الرتبة الأولى:

$$1 - s_F \approx C(d) \sqrt{\frac{dp}{N}} \quad (33)$$

البرهان:

- (1) من Lemma 1 و Lemma 2، الخطأ الفروينبيوسي يتراكم على عدد الحواف الفعلية S .
- (2) من Lemma 3، خطأ الحافة يتناقص جذرياً مع N ويزداد مع تعقيد الأبعاد.
- (3) المعايير $1/\sqrt{p/2}$ يعيد قياس الخطأ، بحيث تتحدد الرتبة التجميعية $\sqrt{dp/N}$.
- (4) التحويل إلى s_F لا يغير الرتبة الأولى عندما نكون في نطاق d_F الصغير نسبياً (نطاق الاستعادة الجيدة). ومن هنا يتحدد المتغير التجميعي المركزي في التصميم:

$$x = \sqrt{\frac{dp}{N}} \quad (34)$$

بوصفه ملخص كمي لتعقيد الاستعادة الشبكية.

التصحيح التربيعي (Quadratic Correction) وتفسير الانحناء في العينات المحدودة:

$$y = 1 - s_F = \frac{d_F}{1+d_F} \quad (35) \quad \text{لأن:}$$

فإن توسع تايلور حول $d_F = 0$ يعطي:

$$y = d_F - d_F^2 + O(d_F^3) \quad (36)$$

وبما أن $d_F \sim \kappa x$ ، حيث $\kappa > 0$ ، نحصل على:

$$y \approx ax + bx^2, a > 0, b < 0 \quad (37)$$

وهذا يقدم تفسير رياضي مباشر للنتيجة التجريبية المتكررة في محاكاة المقارنة الشبكية وهو أن العلاقة ليست خطية خالصة، لأن اللاخطية (التربيعية) ليست خلل تجريبي، بل هي أثر حتمي لتحويل مسافة معيارية إلى تشابه كسري.

قانون التصميم القبلي لحجم العينة (Sample Size Design Law):

إذا كان الهدف تحقيق مستوى تشابه مستهدف S_F^* في المتوسط، نعرف هامش الخطأ البنائي المقبول:

$$\epsilon = 1 - S_F^* \quad (38)$$

من Theorem 1:

$$\epsilon \approx C(d) \sqrt{\frac{dp}{N}} \quad (39)$$

بحلها بالنسبة لـ N :

$$N \approx \frac{C(d)^2 dp}{\epsilon^2} \quad (40)$$

هذا القانون يقوم بتحويل الاستعادة البنائية من توصيف بعدي إلى أداة تصميم قبلي تتيح للباحث اختيار

حجم عينة يتماشى مع تعقيد الشبكة وهدف التشابه.

الاستعادة البنائية والقوة الإحصائية في الدراسات الشبكية: يضع الإطار التقاربي السابق استعادة الشبكات في نطاق الجدل المعاصر حول القوة الإحصائية، ففي النماذج التقليدية يتم تعريف القوة الإحصائية بوصفها احتمال رفض فرضية العدم عند وجود أثر حقيقي، ويتم صياغة القوة الإحصائية كدالة في حجم الأثر وحجم العينة ومستوى الدلالة (Cohen, 1988). غير أن هذا التصور يفترض ضمناً أن موضوع الاستدلال هو معلومة مفردة أو عدد محدود من الملاحظات، أما في الشبكات السيكونومترية فموضوع الاستدلال هو بنية علائقية كاملة تتألف من عدد من الحواف يتزايد تربيعياً مع p ، ومن ثم فإن السؤال لا يكون هل هذه الحافة دالة؟ بل يصبح إلى أي مدى يمكن استعادة الشبكة الحقيقية بدرجة تشابه مقبولة؟

في هذا السياق، يصبح مفهوم القوة الإحصائية التقليدية أقرب إلى مفهوم قوة الاستعادة البنائية

(Structural Recovery Power) أي احتمال أن يحقق التصميم مستوى تشابه مستهدف S_F^* .

$$1 - S_F \approx C(d) \sqrt{\frac{dp}{N}} \quad (41)$$

يمكن إعادة صياغة القوة الإحصائية بوصفها احتمال تحقق شرط من النوع:

$$C(d) \sqrt{\frac{dp}{N}} \leq \epsilon, \epsilon = 1 - S_F^* \quad (42)$$

وهكذا يتحول تحليل القوة من حساب أحادي المعلمة إلى مسألة توازن بين التعقيد البنائي الفعال dp وبين

حجم العينة N . وتكشف هذه الصياغة أن انخفاض القوة في الدراسات الشبكية لا يرجع فقط لصغر N ، بل لعدم اتساق N مع تعقيد الشبكة (عدد العقد والكثافة معاً).

كما أن التقدير المنتظم (مثل glasso) يضيف بعد حاسم، إذ قد يرفع القوة الشكلى عبر تقليل عدد الحواف المقدرة، لكنه في الوقت نفسه قد يفرض تحيز بنائي يخفض جودة الاستعادة الفعلية، ومن ثم فإن القوة في الشبكات ليست مجرد مسألة رفض/قبول فرضية، بل هي مسألة اتساق تقاربي للبنية وتخطيط تصميمي ملائم لطبيعة التقدير متعدد المعلومات.

الدراسات السابقة:

أولاً: تطور استخدام الشبكات السيكموترية في دراسة البنى النفسية

شهد العقد الأخير توسع ملحوظ في استخدام نماذج الشبكات السيكموترية في تحليل البنى النفسية، حيث انتقل الاهتمام من النماذج الكامنة التقليدية إلى نماذج ترى أن الظواهر النفسية يمكن تفسيرها من خلال أنماط التفاعل المباشر بين الأعراض أو المؤشرات (Epskamp et al., 2017).

وقد شكل هذا التحول نقطة تحول مفاهيمية في القياس النفسي، إذ لم يعد البناء النفسي يتم فهمه بوصفه متغير كامن يفسر الترابط بين المؤشرات، بل بوصفه نظام ديناميكي من العلاقات المتبادلة بين مكونات الظاهرة نفسها (Borsboom et al., 2003).

وقد أسهمت التطورات المنهجية في الإحصاء عالي الأبعاد في دعم هذا الاتجاه، خصوصاً مع انتشار استخدام نماذج Gaussian Graphical Models (GGM) التي تسمح بتقدير الشبكات من خلال معاملات الارتباط الجزئي بين المتغيرات (Liang et al., 2015).

وقد استخدمت هذه النماذج على نطاق واسع في دراسة العديد من الظواهر النفسية، مثل اضطرابات القلق والاكتئاب، والسمات الشخصية، والمرونة النفسية، حيث أظهرت النتائج أن الشبكات قد تكشف أنماطاً بنائية لا تظهر في التحليلات العملية التقليدية (Bringmann et al., 2013).

ومع ذلك، فقد أشار عدد من الباحثين إلى أن قوة هذا المنهج تعتمد بدرجة كبيرة على جودة تقدير الشبكة، وأن التفسيرات النظرية المستندة إلى الشبكات تصبح موثوقة فقط عندما تكون البنية المقدرة مستقرة إحصائياً وقابلة للاستعادة عبر العينات المختلفة (Markus, 2010).

وتشير الأدبيات الحديثة في تحليل الشبكات النفسية إلى أن تقييم جودة النماذج الشبكية لا ينبغي أن يقتصر على تحليل البنية أو قوة الروابط بين العقد، بل ينبغي أن يشمل أيضاً قدرة النموذج على تفسير أو التنبؤ بالقيم المرصودة للمتغيرات داخل الشبكة. ففي هذا السياق يوضح (Haslbeck & Waldorp, 2018) أن تحليل البنية الشبكية وحده قد يعطي انطباعاً مضللاً عن أهمية الروابط، إذ قد تظهر شبكة ذات روابط إحصائية واضحة، لكنها لا تفسر سوى نسبة محدودة من التباين في المتغيرات، ولهذا اقترح مفهوم قابلية التنبؤ العقدية (Node Predictability) الذي يقيس مقدار التباين في عقدة معينة يمكن تفسيره من خلال العقد المجاورة لها، بوصفه مؤشر يكشف الأهمية العملية للروابط داخل الشبكة.

وفي الاتجاه نفسه، تؤكد التطبيقات التجريبية لتحليل الشبكات النفسية أن فهم بنية الشبكة ينبغي أن يرتبط بتحليل أهمية العقد داخل النظام الشبكي. فقد بينت دراسة (Robinaugh et al., 2020) في تحليل شبكة أعراض الحزن المعقد أن بعض العقد قد تلعب دور مركزي في تنظيم ديناميكيات الشبكة، وأن تحديد هذه العقد قد يساعد في فهم كيفية انتشار التأثيرات داخل النظام النفسي أو تحديد الأهداف الأكثر فاعلية للتدخلات العلاجية.

غير أن هذا الاتجاه في الأدبيات ركز في الغالب على الخصائص المحلية للشبكات مثل مركزية العقد أو قابلية التنبؤ العقدية، بينما ظل السؤال الأكثر جوهرية متعلقاً بمدى دقة استعادة البنية الشبكية نفسها من البيانات

العينية. ففي إطار نظرية الشبكات النفسية التي طرحها (Borsboom, 2017)، يتم النظر إلى الظواهر النفسية بوصفها أنظمة ديناميكية تنشأ من التفاعلات المباشرة بين المكونات النفسية، حيث ترتبط الأعراض أو السمات ببعضها عبر شبكة من العلاقات السببية المتبادلة، وفي مثل هذه الأنظمة يصبح تحديد البنية الشبكية بدقة شرط أساسي لفهم الظاهرة النفسية نفسها، لأن تفسير النظام يعتمد مباشرة على شكل هذه البنية والعلاقات التي تربط عناصرها .

وفي هذا السياق، ركزت الأدبيات المنهجية في السنوات الأخيرة على مشكلة دقة تقدير الشبكات واستقرارها تحت تأثير تباين العينات. فقد أشار Epskamp, et al. (2018) إلى أن تقدير الشبكات النفسية يمكن أن يكون حساس بدرجة كبيرة لتقلبات العينات، وأن تفسير البنية الشبكية يتطلب تقييم دقة تقدير الأوزان الشبكية واستقرار مؤشرات المركزية عبر إجراءات مثل bootstrap وتحليل الاستقرار، ومع ذلك، ظلت هذه الأدبيات تركز على استقرار الحواف الفردية أو مؤشرات المركزية أكثر من تركيزها على قياس الخطأ البنائي الكلي للشبكة.

ثانياً: مقارنة الشبكات السيكموترية عبر المجموعات

مع انتشار استخدام الشبكات السيكموترية، برزت الحاجة إلى تطوير أدوات منهجية تسمح بمقارنة الشبكات بين المجموعات المختلفة أو عبر الزمن.

وقد مثل اختبار مقارنة الشبكات (NCT) Network Comparison Test أحد أهم الأدوات التي تم تطويرها لهذا الغرض، حيث يعتمد على أساليب إعادة سحب العينات عن طريق اختبار التباديل (permutation testing) لفحص ما إذا كانت شبكتان مختلفتان اختلافاً دالاً إحصائياً من حيث البنية الكلية أو قوة الحواف (Borkulo et al., 2022).

وقد تم استخدام هذا الاختبار في عدد كبير من الدراسات النفسية، مثل مقارنة شبكات الأعراض بين الجنسين، أو بين الثقافات المختلفة، أو بين مراحل تطور المرض النفسي، إلا أن هذه الاختبارات تركز في المقام الأول على الكشف عن وجود فروق بين الشبكات، دون أن تقدم تقدير كمي مباشر لحجم الفرق البنائي بينهما (Castro et al., 2024).

وقد أشار بعض الباحثين إلى أن الاعتماد على اختبارات الدلالة وحدها قد يكون محدود الفائدة في سياق الشبكات، لأن الاختبار قد يكون حساساً لحجم العينة أكثر من حساسيته للفروق البنائية الفعلية، وهو ما يجعل تفسير النتائج يتطلب مؤشرات إضافية تصف حجم الاختلاف بين الشبكات (Zhang et al., 2017).

ثالثاً: مقاييس التشابه البنائي بين الشبكات

استجابة لهذه الحاجة، اقترحت بعض الدراسات استخدام مقاييس كمية لقياس المسافة أو التشابه بين الشبكات، بحيث يمكن التعبير عن الفرق البنائي في صورة قيمة معيارية. ومن بين هذه المقاييس، حظي معيار فروينينوس (Frobenius Norm) باهتمام خاص، لأنه يسمح بقياس الفرق الكلي بين مصفوفتين عبر جمع مربعات الفروق بين جميع العناصر (Huang & Ribeiro, 2018).

وقد استخدم هذا المقياس في عدة دراسات محاكاة لتقييم مدى استقرار الشبكات المقدرة من عينات مختلفة، وكذلك لقياس درجة التشابه بين شبكات مقدرة في ظروف تصميم مختلفة (Kalgotra et al., 2020). وتشير نتائج هذه الدراسات إلى أن معيار فروينينوس يمكن أن يوفر مؤشر عام لحجم الفرق البنائي بين الشبكات، خاصة عندما يتم تحويله إلى مقياس تشابه محصور بين الصفر والواحد (Schieber et al., 2017).

ومع ذلك، فقد لاحظت بعض الدراسات أن سلوك هذا المقياس قد يكون غير بديهي في العينات الصغيرة، إذ قد يعطي قيم تشير إلى وجود فرق بين شبكتين حتى عندما تكون الشبكتان متماثلتين على مستوى المجتمع الإحصائي (Miasnikof & Shetopaloff, 2025).

وقد تم تفسير هذه الظاهرة مبدئيًا بوصفها نتيجة لتقلبات تقدير العينات أو لخصائص التقدير المنتظم، غير أن هذه التفسيرات بقيت في الغالب وصفية ولم يتم دعمها بتحليل رياضي رسمي يوضح طبيعة هذا التحيز (Ulitzsch et al., 2023).

رابعًا: حجم العينة والاستعادة البنائية في الشبكات السيكمومترية

يُعد تحديد حجم العينة الملائم أحد أهم التحديات المنهجية في تحليل الشبكات السيكمومترية. ففي حين توفر الإحصاءات التقليدية أدوات واضحة لتقدير حجم العينة بناءً على تحليل القدرة الإحصائية، لا توجد حتى الآن قواعد عامة مماثلة لتحديد حجم العينة في الدراسات الشبكية (Borsboom, 2022).

وقد أظهرت دراسات المحاكاة أن استقرار الشبكات المقدرة يتأثر بشدة بعدد المتغيرات وكثافة الشبكة وحجم العينة. فكلما زاد عدد المتغيرات أو كثافة الشبكة، ارتفع التعقيد البنائي (Isvoranu & Epskamp, 2021). وازدادت الحاجة إلى عينات أكبر لضمان استعادة البنية الحقيقية بصورة موثوقة كما أشارت دراسات أخرى إلى أن استخدام تقديرات منتظمة مثل Graphical Lasso قد يساعد في تحسين استقرار الشبكات في العينات الصغيرة من خلال تقليل عدد الحواف المقدرة، لكنه في الوقت نفسه قد يؤدي إلى إدخال تحيز منهجي في تقدير قوة الحواف (Hullám et al., 2017).

لذلك، من الضروري تطوير إرشادات شاملة حول كيفية تحديد حجم العينة المناسب لضمان استعادة موثوقة للبنية الحقيقية في الشبكات السيكمومترية (Christensen et al., 2024). وهذا يعني أن جودة الاستعادة البنائية لا تعتمد فقط على حجم العينة، بل أيضًا على التوازن بين التحيز الناتج عن الانتظام والتباين الناتج عن التقلبات العينية.

على الرغم من التقدم الكبير في تطوير أدوات تحليل الشبكات السيكمومترية، لا تزال هناك فجوة منهجية واضحة في الأدبيات الحالية، فمعظم الدراسات ركزت على تطوير طرق تقدير الشبكات أو اختبارات مقارنة الشبكات، بينما لم يُعالج بصورة كافية السؤال المتعلق بكيفية تحديد حجم العينة اللازم لتحقيق مستوى معين من الاستعادة البنائية.

كما أن مقاييس التشابه المستخدمة حاليًا، مثل معيار فروينينوس، في الأغلب تم استخدامها بوصفها أدوات وصفية لتقييم التشابه بين الشبكات، دون تحليل نظري دقيق لسلوكها في العينات المحدودة أو لعلاقتها بتعقيد الشبكة وحجم العينة، ومن ثم لا يزال من غير الواضح كيف يمكن استخدام هذه المقاييس في تطوير قواعد تصميمية عامة للدراسات الشبكية.

وانطلاقًا من هذه الفجوة، تسعى الدراسة الحالية إلى تقديم تحليل نظري وتجريبي يربط بين التعقيد البنائي للشبكات السيكمومترية وحجم العينة ومتوسط خطأ الاستعادة البنائية، بما يسمح باشتقاق قانون تصميم قبلي يمكن استخدامه في تخطيط الدراسات الشبكية في القياس النفسي والتربوي.

منهج الدراسة: اعتمدت الدراسة الحالية المنهج الكمي القائم على محاكاة مونت كارلو (Monte Carlo Simulation) في إطار تصميم تجريبي محكم (controlled computational experiment).

ويعتبر هذا المنهج مناسب عندما يكون الهدف هو توصيف الخصائص الإحصائية لمؤشرات التقدير تحت شروط متدرجة ومنظمة، واستخلاص قوانين تقاربية (Asymptotic / Scaling Laws) تصف كيف تتغير دقة الاستعادة البنائية للشبكات مع تعقيد الشبكة وحجم العينة.

يتمحور هذا المنهج حول فكرة أن الأثر البنائي/ خطأ الاستعادة ليس سمة ثابتة، بل ناتج تفاعلي بين تعقيد الشبكة (عدد عقدها p وكثافتها d)، وحجم العينة N ، وخوارزمية التقدير/الانتظام (regularization) المستخدمة في بناء الشبكة.

بناءً عليه، تمت محاكاة بيانات متعددة الشروط من نموذج مجتمع معلوم، ثم تقدير الشبكات من عينات مستقلة، ثم قياس خطأ الاستعادة عبر مؤشر تشابه قائم على معيار فروبنوس، ثم بناء قانون تصميم قبلي لحجم العينة يحدد N المطلوب لتحقيق مستوى تشابه مستهدف S_F^* .

تصميم الدراسة: تم تطبيق تصميم محاكاة متعدد العوامل (Factorial Monte Carlo Design) يعتمد شبكة شروط (grid) تجمع بين مستويات مختلفة لكل من:

1. عدد العقد/المتغيرات p بوصفه مؤشر للبعد البنائي للشبكة (Network Dimensionality).
2. حجم العينة N بوصفه المتغير المركزي الذي يحكم دقة التقدير.
3. كثافة الروابط d بوصفها مؤشر لتعقيد البنية الشبكية (Structural Complexity)، وتمثل نسبة الروابط الممكنة التي تكون غير صفيرية في الشبكة الحقيقية.

هذا التصميم يسمح بتفكيك التأثيرات الرئيسة والتفاعلات (Main Effects & Interactions) بين d و N و p ، ثم نمذجتها في صورة قانون تقاربي قابل للتعميم.

نموذج المجتمع (Data Generating Process):

تمثيل الشبكة الحقيقية: تم افتراض أن الشبكة للمجتمع الحقيقية تمثل شبكة ارتباطات جزئية (Partial Correlation Network) مستندة إلى نموذج جاوسي متعدد المتغيرات. وتم بناء الشبكة للمجتمع من خلال مصفوفة دقة (Precision Matrix) موجبة التحديد Ω تمثل البنية الشرطية بين العقد:

$$X \sim \mathcal{N}_p(\mathbf{0}, \Sigma), \Sigma = \Omega^{-1} \quad (43)$$

ولضمان صلاحية التوليد (positive definiteness)، تم إنشاء Ω بطريقة تحقق السيادة القطرية (Diagonal Dominance)، بحيث تكون العناصر القطرية أكبر من مجموع القيم المطلقة للعناصر خارج القطر مع هامش عددي يضمن الاستقرار الحسابي، وتم توليد الروابط غير الصفيرية وفق كثافة d على المثلث العلوي مع أوزان عشوائية ذات إشارات موجبة وسالبة ضمن مدى محدد.

التحكم في الكثافة والتعقيد:

تم ضبط كثافة الشبكة الحقيقية d بوصفها:

$$d = \frac{E}{\binom{p}{2}} \quad (44)$$

حيث E عدد الروابط غير الصفيرية، $\binom{p}{2}$ و عدد الروابط الممكنة في شبكة غير موجهة بدون حلقات ذاتية.

استراتيجية التقدير وفحوصات المتانة المنهجية: (Estimation Strategy and Robustness Checks)

لتجنب المشكلة المنهجية المعروفة في خوارزمية EBICglasso والمتمثلة في ميل معيار EBIC إلى فرض تنظيم قوي في العينات الصغيرة، وهو ما قد يؤدي إلى اختيار شبكة فارغة أو شبه فارغة، تم اعتماد استراتيجية تقدير بديلة تضمن أن تعكس مقاييس التشابه البنائي اختلافات العينة الحقيقية بدلاً من تدهور اختيار النموذج. ففي حالة اختيار شبكة فارغة تصبح مصفوفة الروابط المقدرة قريبة من الصفر، مما قد يؤدي إلى قيم تشابه مرتفعة بصورة اصطناعية نتيجة تشابه الشبكات الفارغة عبر التكرارات، وهو ما يطمس سلوك خطأ الاستعادة تحت العينة المحدودة. ولضمان أن يقيس مؤشر التشابه البنائي S_F دقة استعادة البنية الفعلية للشبكة، تم تصميم إطار المحاكاة، بحيث يفصل بين التباين الناتج عن تقلبات العينة والتباين الناتج عن آليات التنظيم واختيار النموذج، كما تم إجراء فحوصات متانة للتحقق من استقرار النتائج عبر مستويات مختلفة من حجم الشبكة وكثافتها، إضافة إلى فحص أخطاء مونت كارلو لضمان استقرار التقديرات التجريبية.

التقدير بأسلوب "تثبيت الكثافة": (Fixed-Density Selection):

اعتمدت الدراسة إستراتيجية تقدير تجعل التعقيد المقدّر قابل للمقارنة بين التكرارات والشروط، وذلك عبر:

1. تقدير شبكة لكل عينة على طول مسار انتظام (regularization path).
2. اختيار الحل الذي يعطي عدد روابط قريب من الهدف البنائي المحدد مسبقاً:

$$E^* = \text{round} \left(d \times \binom{p}{2} \right) \quad (45)$$

وبذلك يصبح الاختلاف في S_F انعكاس مباشر للتقلب في العينات في تقدير الروابط تحت حجم عينة محدود، لا نتيجة لاختيار معيار انتقائي إلى الحل الصفرى.

المقارنة تحت الفرض الصفرى (Null Expectation):

تم تصميم المحاكاة بحيث يتم تقدير شبكتين من عينتين مستقلتين مأخوذتين من نفس نموذج المجتمع نفسه (أي Ω نفسها و Σ نفسها)، وذلك لتمثيل الحالة التالية:

1. لا توجد فروق بنائية حقيقية بين شبكتين المجتمع (Identical networks).
2. أي اختلاف بين الشبكتين المقدرتين ناتج عن خطأ المعاينة والتقدير فقط.

هذا الإطار هو الأكثر ملاءمة لاشتقاق القيمة المتوقعة للتشابه تحت الفرض الصفرى، ومن ثم اشتقاق قانون تصميم لحجم العينة.

مؤشر التشابه البنائي (Outcome Measure):

تعريف التشابه S_F : تم قياس التشابه بين شبكتين مقدرتين A_1 و A_2 باستخدام مقياس قائم على معيار فروبنوس (Frobenius norm) للفروق بين مصفوفات المجاورات (Adjacency matrices):

$$D = \| A_1 - A_2 \|_F \quad (46)$$

ثم تم معايرة المسافة لتكون قابلة للمقارنة عبر أحجام الشبكات:

$$d_F = \frac{D}{\sqrt{p/2}} \quad (47)$$

وأخيراً تم تحويل المسافة إلى تشابه محصور بين 0 و 1:

$$s_F = \frac{1}{1 + d_F} \quad (48)$$

وعليه، تكون القيمة $s_F \rightarrow 1$ عندما تتطابق الشبكتان المقدرتان، وتتناقص s_F بزيادة الفروق البنائية المقدرة. المتغير التابع في نموذج القانون:

لأغراض اشتقاق قانون تصميم قبلي، تم التعامل مع:

$$y = 1 - s_F \quad (49)$$

بوصفه "خسارة التشابه/خطأ الاستعادة البنائية"، لأنه يقترب من الصفر عند الاستعادة المثالية، ويسهل نمذجته كدالة في p, d, N ضمن قوانين تقاربية.

شروط التصميم (Experimental Factors):

اعتمدت الدراسة مستويات منظمة لكل عامل وفق شبكة الشروط (Design Grid) التالية:

$$1. p \in \{10, 20, 40\}$$

$$2. N \in \{100, 200, 500, 1000, 2000, 5000\}$$

$$3. d \in \{0.2, 0.5, 0.8\}$$

وبذلك يتكون التصميم من $3 \times 6 \times 3 = 54$ خلية شرطية، وهي مساحة كافية لاختبار انتظام الاتجاهات واستقرار التقدير وبناء قانون تصميم مستمر.

عدد التكرارات ودقة مونت كارلو: تم تنفيذ 200 تكرار مونت كارلو R لكل خلية شرطية بما يحقق دقة تقدير مناسبة. ولتقييم الدقة، تم حساب:

الانحراف المعياري للتشابه داخل الخلية، والخطأ المعياري لمتوسط مونت كارلو SE_{MC} ، وفترات الثقة لمتوسط التشابه، والخطأ النسبي لمونت كارلو (Relative MC Error).

البرامج المستخدمة: تم تنفيذ جميع عمليات توليد البيانات، ومحاكاة مونت كارلو، وتقدير الشبكات، وتحليل النتائج باستخدام بيئة البرمجة الإحصائية R (R Core Team, 2024)، واعتمدت الدراسة على عدد من الحزم المتخصصة في تحليل الشبكات ومعالجة البيانات، حيث استخدمت حزمة `qgraph` لتقدير وتمثيل الشبكات السيكونومترية (Epskamp et al., 2012)، وحزمة `glasso` لتقدير الشبكات الجاوسية المنتظمة (Friedman et al., 2008). كما تم استخدام حزمة `Matrix` لمعالجة المصفوفات عالية الأبعاد، وحزمة `dplyr` لتنظيم البيانات، وحزمة `ggplot2` لإنتاج الرسوم الإحصائية وتحليل النتائج بصرياً (Wickham, 2016; Wickham et al., 2023).

نتائج الدراسة:

إجابة السؤال الأول:

"كيف يمكن تعريف حجم الأثر البنائي في الشبكات السيكونومترية تعريفاً كمياً يعكس الفرق بين الشبكة الحقيقية والشبكة المقدرة؟"

أظهرت نتائج الدراسة أن التعريف الأكثر اتساقاً منهجياً لحجم الأثر البنائي في الشبكات السيكونومترية ليس تعريفاً موضعياً جزئياً يعتمد على خطأ حافة منفردة، ولا تعريفاً وصفيّاً عاماً يقتصر على مقارنة المتوسطات، بل هو

تعريف بنائي كلي يقيس مقدار الابتعاد بين الشبكة الحقيقية والشبكة المقدرة على مستوى البنية بأكملها، ولهذا الغرض اعتمدت الدراسة الفرق بين مصفوفتي أوزان الحواف في الشبكتين، ثم تم تحويل هذا الفرق إلى مقياس عددي معياري قابل للمقارنة بين الشبكات ذات الأحجام المختلفة. إذا رمزنا إلى الشبكة الحقيقية بمصفوفة W ، وإلى الشبكة المقدرة $\hat{W}$ ، فإن مصفوفة الخطأ البنائي تكون على الصورة $E = \hat{W} - W$

ومن ثم يتم قياس هذا الفرق باستخدام مسافة فروينيبوس المعيارية $d_F = \frac{1}{\sqrt{p/2}} \|E\|_F$ حيث p هو عدد العقد في الشبكة، و $\|E\|_F$ هو معيار فروينيبوس لمصفوفة الفروق، وتكمن أهمية هذه المعايير في أنها تمنع تضخم القيمة لمجرد زيادة عدد العقد، بحيث يصبح المقياس أكثر عدلاً عند المقارنة بين شبكات صغيرة ومتوسطة وكبيرة. وبذلك لا يكون حجم الأثر البنائي مجرد مجموع خام للفروق، بل فرق معياري يعكس حجم الانحراف البنائي بعد ضبطه نسبياً لتعقيد الشبكة.

ولأن المسافة وحدها أقل مباشرة في التفسير، فقد تم تحويلها إلى مؤشر تشابه بنائي محصور بين الصفر والواحد $S_F = \frac{1}{1+d_F}$ ، وتعني القيمة $S_F = 1$ استعادة بنائية تامة، أي تطابق الشبكة المقدرة مع الشبكة الحقيقية، بينما تشير القيم الأصغر بالتدرج إلى تدهور الاستعادة البنائية.

ثم انتقلت الدراسة إلى الصورة الأكثر صلاحية للنمذجة والتصميم القبلي، وهي تعريف خطأ الاستعادة البنائية أو ما يمكن اعتباره الصيغة العملية لحجم الأثر البنائي $y = 1 - S_F$ ، فكلما اقتربت y من الصفر كان الخطأ البنائي ضئيلاً وكانت الاستعادة عالية، وكلما ارتفعت يدل ذلك على أثر بنائي أكبر، أي على فجوة أوسع بين الشبكة الحقيقية والشبكة المقدرة. ومن ثم يمكن القول إن تعريف حجم الأثر البنائي يتعدى وصفه "حجم" بالمعنى التقليدي المستعمل في الفروق بين المتوسطات، بل يشمل حجم الانحراف البنائي الكلي الذي تخلقه عملية التقدير عند استعادة شبكة حقيقية من عينة محدودة.

فمن تحليل المتوسطات الوصفية للتشابه البنائي (1)، نلاحظ أن متوسط التشابه S_F يرتفع بانتظام مع زيادة حجم العينة، لكنه ينخفض بوضوح كلما زاد عدد العقد أو ارتفعت كثافة الروابط، مما يدل على صلاحية المؤشر بوصفه ممثل لحجم الأثر البنائي، لأن المقياس الجيد ينبغي أن يترجم الزيادة في تعقيد الاستعادة إلى تراجع في التشابه، وأن يترجم تحسن الشروط الإحصائية إلى ارتفاع في التشابه.

جدول (1)

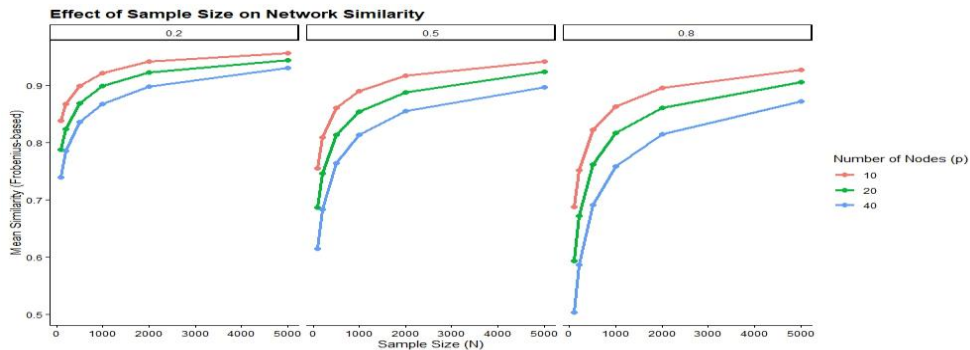
تحليل المتوسطات الوصفية للتشابه البنائي

عدد العقد p	الكثافة	حجم العينة N	متوسط التشابه S_F	خطأ الاستعادة $y=1-S_F$
10	0.2	100	0.8385	0.1615
40	0.2	100	0.7395	0.2605
10	0.8	100	0.6875	0.3125
40	0.8	100	0.5038	0.4962
10	0.2	5000	0.9561	0.0439
40	0.2	5000	0.9298	0.0702
10	0.8	5000	0.9266	0.0734
40	0.8	5000	0.8718	0.1282

يظهر من الجدول (1) أنه عند أصغر حجم عينة نسبياً، أي $N = 100$ ، يكون الفرق بين الشروط التصميمية واضح جداً، فالشبكة الصغيرة قليلة الكثافة ($p = 10, d = 0.2$) تحقق تشابه مرتفع نسبياً يبلغ 0.8385، بينما تنخفض قيم الشبكة الأكبر والأعلى كثافة ($p = 40, d = 0.8$) إلى 0.5038، أي إن خطأ الاستعادة فيها يقترب من نصف المجال الممكن تقريباً ($y = 0.4962$)، وهذا يعني أن المقياس لا يلتقط وجود خطأ فقط، بل يلتقط أيضاً درجة صعوبة الاستعادة البنائية .

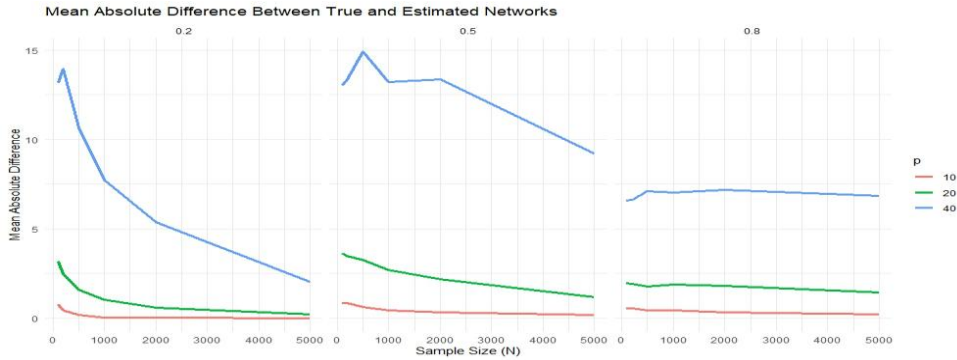
مع رفع حجم العينة إلى 5000 تتحسن جميع الشروط، لكن التحسن لا يصل إلى إلغاء الفروق البنائية تماماً؛ إذ تبقى الشبكات الأكبر والأكثر كثافة أقل تشابه من الشبكات الأبسط، وهذا يثبت أن المقياس لا يتجزل التعقيد البنائي في مجرد أثر لحجم العينة، بل يعكس البنية نفسها.

ويظهر من شكل (1) أن التشابه البنائي المستند إلى معيار فروينينوس يزداد تدريجياً مع زيادة حجم العينة، في حين ينخفض كلما ازداد عدد العقد أو ارتفعت كثافة الشبكة، وهذه النتيجة تؤكد أن γ تمثل بطريقة عملية جيدة حجم الأثر البنائي، لأنه لا يصف وجود اختلاف فقط، بل يقيس كمية الابتعاد البنائي بصورة مباشرة قابلة للنمذجة. وبعبارة أخرى، فإن S_F هو الصيغة التفسيرية الملائمة للحديث عن مقدار التشابه، أما $y = 1 - S_F$ فهو الصيغة التحليلية الملائمة عندما نريد الحديث عن حجم الأثر البنائي أو تعقيد الاستعادة.



شكل (1) أثر حجم العينة في التشابه البنائي للشبكات السيكمترية

ومن الناحية النظرية، تكمن قوة هذا التعريف في أنه يتجاوز القصور الموجود في مؤشرات أبسط، مثل عدد الحواف الصحيحة أو نسبة الحواف المستعادة أو متوسط الفرق المطلق بين الأوزان منفردة، فهذه المؤشرات الجزئية قد تفيد في وصف جانب من الأداء، لكنها لا تمثل البنية كلها في آن واحد. فقد تتساوى شبكتان في عدد الحواف المستعادة، لكن تختلفان جذرياً في أوزان تلك الحواف وفي التنظيم الكلي للعلاقات، أما معيار فروينينوس المعياري فيلتقط الخطأ على مستوى المصفوفة كاملة، أي على مستوى الشكل البنائي الكلي للشبكة، ثم يقوم بتحويله إلى مقياس تشابه محدود المجال وسهل التفسير، ويظهر من شكل (2) أن متوسط الفرق المطلق ينخفض مع ازدياد حجم العينة، ويرتفع في الشبكات الأكبر والأكثر كثافة، خاصة عند $p = 40$ ، مما يقدم الدعم لفكرة أن حجم الأثر البنائي يجب أن يتم تعريفه بوصفه فجوة كلية بين الشبكتين، لا مجرد انحرافات موضعية متفرقة.



شكل (2) متوسط الفرق المطلق بين الشبكة الحقيقية والشبكة المقدرة

- وتدل النتائج على أن هذا التعريف يحقق الشروط الأساسية لأي تعريف جيد لحجم الأثر البنائي، حيث أنه:
- 1- صفري عند التطابق البنائي، فحين تقترب الشبكة المقدرة من الشبكة الحقيقية يقترب d_F من الصفر، ويقترب S_F من الواحد، ويقول y إلى الصفر.
- 2- رتبي وأحادي الاتجاه، أي أن ازدياد الخطأ في الأوزان أو في البنية لا يمكن أن يؤدي إلى تحسن زائف في المؤشر، بل يزيد d_F ويخفض S_F ويرفع y .
- 3- يمكن مقارنته عبر أحجام شبكية مختلفة بسبب المعايرة بعدد العقد.
- 4- حساس لزيادة تعقيد الشبكة، أي يستجيب بطريقة منتظمة لتغير عدد العقد وكثافة الشبكة وحجم العينة.

إجابة السؤال الثاني:

"ما الطبيعة الإحصائية للتحيز في مقياس التشابه البنائي القائم على معيار فروينينوس عند تقدير الشبكات السيكموترية من عينات محدودة؟"

تكشف نتائج الدراسة أن التحيز في مقياس التشابه البنائي القائم على معيار فروينينوس ليس مجرد تحيز عشوائي بسيط، ولا انحراف عددي طفيف يمكن تجاهله، بل هو تحيز منهجي منتظم ينشأ من البنية الرياضية للمقياس نفسه عندما يتم تقدير الشبكات من عينات محدودة، والمقصود هنا أن المقياس لا يخطئ فقط لأن العينة صغيرة، بل لأن طريقة تعريف التشابه الشبكي تجعل الخطأ في العينة المحدودة يتجه في اتجاه محدد مسبق.

ينطلق هذا الاستنتاج من تعريف خطأ الاستعادة البنائية على الصورة $y = 1 - S_F$ ، وهنا تظهر طبيعة التحيز الإحصائية بوضوح، حتى إذا تم الافتراض نظرياً أن أخطاء تقدير الأوزان الفردية نفسها متركزة حول الصفر، فإن هذا لا يعني أن مسافة فروينينوس ستكون متركزة حول الصفر؛ لأن معيار فروينينوس يعتمد على تربيع الفروق ثم جمعها ثم أخذ الجذر، أي إنه يلغي الإشارات ويقوم بتحويل التباينات الموضعية إلى مقدار موجب بشكل دائم. ونتيجة لذلك يكون $d_F \geq 0$ ، وحين ندخل هذا المقدار في التحويل غير الخطي $S_F = \frac{1}{1+d_F}$ ، فإن متوسط التشابه لا يمكن أن يبلغ الواحد الكامل في العينات المحدودة، حتى لو كانت الشبكة المقدرة جيدة من حيث الاتجاه العام. وبذلك يكون التحيز في S_F تحيز هبوطي، أي أن التشابه الذي يتم رصده يقل بشكل منهجي عن التشابه الكامل، ويقابله في $y = 1 - S_F$ تحيز صعودي، أي تضخيم منهجي لخطأ الاستعادة.

مما يعني أنه في العينات المحدودة يميل المقياس إلى التقليل من التشابه الحقيقي بين الشبكة المقدرة والشبكة الحقيقية، لا لأن التقدير ليس جيد بالضرورة، بل لأن بنية المقياس تجعل أي ضوضاء تقديرية تتحول إلى مسافة موجبة، ثم إلى انخفاض في التشابه.

وبمراجعة نتائج المحاكاة يتضح أن:

أولاً: التحيز هبوطي ومنظم لا عشوائي: يظهر من النتائج أن هذا التحيز ليس مجرد تقلبات غير منتظمة، بل يظهر نمط متكرر عبر شروط التصميم، فعند النظر إلى قيم S_F في جدول (2) نلاحظ أن التشابه الشبكي في أحجام العينات الصغيرة بعيد بوضوح عن الواحد، حتى في أبسط الشروط.

جدول (2)

متوسط التشابه البنائي وخطأ الاستعادة للشبكات المقدرة عبر أحجام مختلفة من العقد والعينات

عدد العقد p	حجم العينة N	متوسط التشابه S_F	خطأ الاستعادة $y=1-S_F$
10	100	0.619	0.381
20	100	0.510	0.490
40	100	0.385	0.615
10	5000	0.923	0.077
20	5000	0.891	0.109
40	5000	0.850	0.150

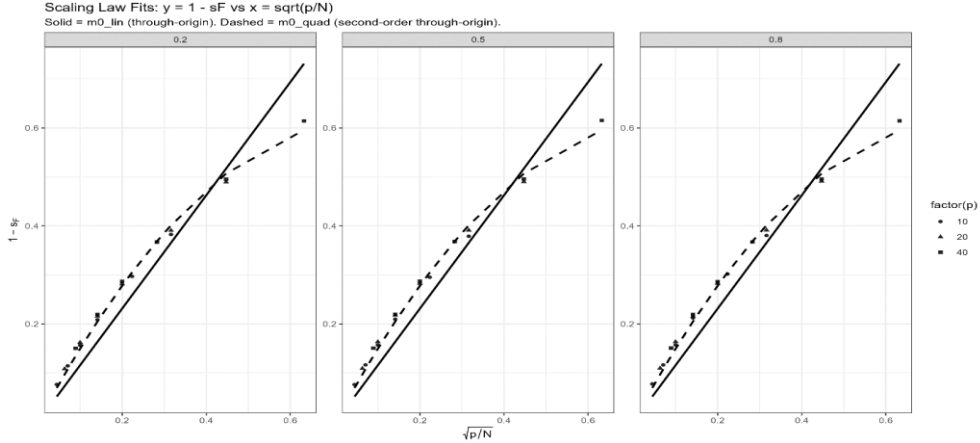
هذه القيم توضح أن المقياس متحيز بشكل تنازلي منذ البداية إذ إن التشابه لا يبدأ قريباً من 1، بل يتناقص إلى نحو 0.619 عندما $N = 100$ و $p = 10$ ، وإلى نحو 0.385 عندما $N = 100$ و $p = 40$ وهذا يعني أن تعقيد الاستعادة البنائية في العينات الصغيرة ليس هامشي، كما أن ارتفاع التشابه مع زيادة N لا ينفي وجود التحيز، وإنما يبين فقط أنه يتضاءل بشكل تدريجي مع تحسن المعلومات من العينات. إذن نحن لا نتعامل مع خطأ متوسطه صفر حول القيمة الحقيقية، بل مع انحراف أحادي الاتجاه، حيث S_F أقل من القيمة الحدية الكاملة، و γ أكبر من الصفر على نحو منهجي، مما يعني أن تفسير قيم التشابه الخام مباشرة، دون تصحيح أو نمذجة، قد يؤدي إلى حكم متشائم أكثر، مما ينبغي على جودة الاستعادة. ثانياً: التحيز غير خطي: النتائج لا تشير فقط إلى وجود تحيز، بل إلى أن هذا التحيز غير خطي، أي أن العلاقة بين تعقيد المعاينة والتشابه ليست علاقة مستقيمة بسيطة يمكن تمثيلها بخط واحد يمر بالأصل دون فقد مهم للبيانات، ويتضح ذلك في المقارنات بين النماذج بجدول (3) التالي:

جدول (3)

مقارنة نماذج الانحدار الخطية والتربيعية لوصف التحيز البنائي وفق معيار AIC

النموذج	AIC
$m1\_quad: y \sim x + x^2$	-372.64
$m0\_quad: y \sim 0 + x + x^2$	-318.69
$m1\_lin: y \sim x$	-253.93
$m0\_lin: y \sim 0 + x$	-170.29

وهذا الترتيب للنماذج يدل على أنه لو كان التحيز مجرد استجابة خطية بسيطة لتغير تعقيد العينة، لكان النموذج الخطي يكفي بشكل تقريبي، ولكن تفوق النموذج التربيعي بفارق كبير في AIC يعني أن بنية التحيز تحتوي على انحناء تقاربي لا يمكن إهماله كما يظهر بشكل (3)



شكل (3): مقارنة ملائمة النموذج الخطي والنموذج التربيعي في تفسير خطأ الاستعادة البنائية

يوضح الشكل (3) أن النموذج الخطي يعجز عن تمثيل الانحناء الظاهر في العلاقة بين تعقيد المعاينة وخطأ الاستعادة، بينما يلتقط النموذج التربيعي هذا الانحناء بوضوح، مما يفسر تفوقه في معايير الملاءمة. كما أن معاملات النموذج التربيعي نفسها تكشف شكل هذا الانحناء، ففي نموذج $y \sim 0 + x + x^2$ كانت المعاملات تقريباً $y = 1.5956x - 1.0329x^2$ ، وفي النموذج التربيعي مع ثابت كانت المعاملات $y = 0.0274 + 1.3937x - 0.7532x^2$ ويظهر أن معامل x^2 سالب ودال إحصائياً بقوة، وهذا يعني أن الخطأ البنائي y لا يزداد بصورة خطية إلى ما لا نهاية مع تعقيد العينة، بل يخضع لتقعر يدل على أن أثر زيادة x قوي في البداية ثم يأخذ في الانضغاط بشكل تدريجي، وبما أن $x = \sqrt{\frac{p}{N}}$ في هذه المرحلة من النمذجة، فإن هذا يعني أن التحيز يزداد مع ازدياد تعقيد التعقيد على العينة، لكن على نحو منحنى لا مستقيم. ومن الوجه الآخر، إذا نظرنا إلى التشابه sF بدلا من الخطأ y ، فإننا نجد أن تحسن التشابه مع زيادة N يحدث بسرعة أولا، ثم أقل نسبياً بعد ذلك؛ أي إن هناك فائدة متناقصة لزيادة حجم العينة. وهذه النتيجة لها أثرها في التخطيط البحثي، لأنها توضح أن الانتقال من $N = 100$ إلى $N = 500$ يعطي تحسناً أكبر بكثير من الانتقال من $N = 2000$ إلى $N = 5000$ ، رغم أن الزيادة المطلقة في حجم العينة كبيرة في الحالتين.

ثالثاً: التحيز في صورته الخام تحكمه نسبة تعقيد الشبكة إلى العينة أكثر من الكثافة: يظهر من نتائج المحاكاة أن القيم داخل كل زوج (p, N) كانت متقاربة جداً عبر مستويات الكثافة الثلاثة. فعلى سبيل المثال، عندما $p = 10$ و $N = 100$ ، تراوحت قيم sF تقريباً بين 0.617 و 0.621، وعندما $p = 40$ و $N = 100$ تراوحت بين 0.385 و 0.386، مما يعني أن التحيز في صورته الأولية الخام يبدو محكوم في الأساس بنسبة

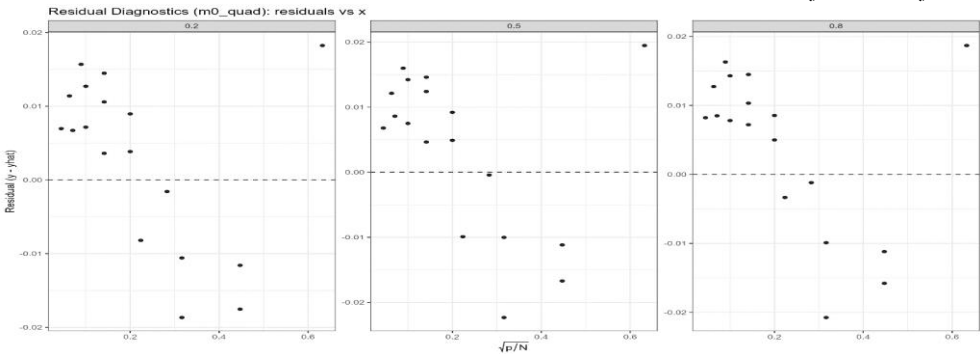
تعقيد الشبكة إلى حجم العينة، أي بـ $\sqrt{p/N}$ ، أكثر من كونه محكوم مباشرة بالكثافة، وهذه النتيجة لا تعني أن الكثافة غير مهمة بشكل مطلق، بل تعني أن الطبقة الأولى من التحيز تسيطر عليها نسبة p/N ، أما الكثافة

$$x = \sqrt{\frac{dp}{N}}$$

رابعاً: التحيز يتناقص تقاربياً لكنه لا يختفي بشكل سريع: توضح القيم أيضاً أن هذا التحيز تقاربي، أي إنه يتناقص مع زيادة N ، لكنه لا يختفي بسرعة. فعند $p = 10$ يرتفع متوسط التشابه من نحو 0.619 عند $N = 100$ إلى نحو 0.923 عند $N = 5000$ وعند $p = 40$ يرتفع من نحو 0.385 إلى نحو 0.850، وهذا يبين أن زيادة حجم العينة تحسن الاستعادة فعلاً، لكنها لا تمحو أثر التعقيد البنائي بسهولة، خصوصاً في الشبكات الأكبر.

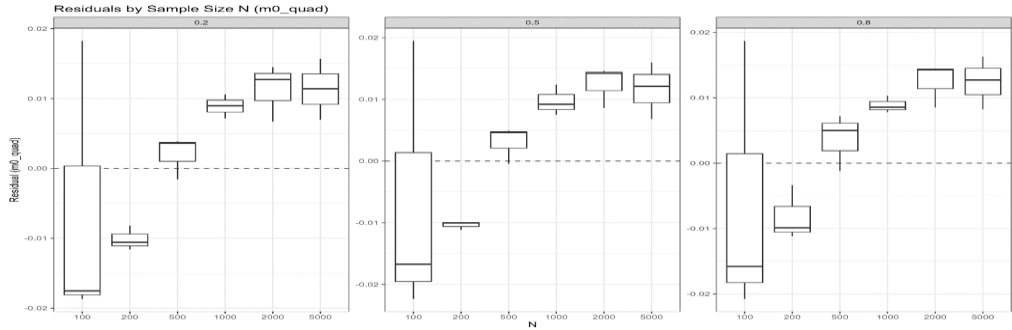
ومن هنا فإن الطبيعة الإحصائية للتحيز ليست مجرد تحيز صغير يقل بشكل تلقائي، بل تحيز متبقي persistent finite-sample distortion يحتاج إلى الاعتراف به صراحة عند تفسير قيم التشابه. وهذا أمر مهم لأن الباحث قد يرى قيمة مثل $sr = 0.85$ ويعتبرها جيدة جداً في سياق ما، لكنها في سياق آخر قد تعكس وجود تحيز متبقي ملحوظ إذا كانت الشبكة عالية التعقيد وكان الهدف النظري هو استعادة أقرب إلى التطابق.

خامساً: التحيز منظم بنائياً: تشير البواقي في النماذج التربيعية والخطية إلى أنها ليست موزعة على نحو يوحي بغياب البنية، بل تظهر أن النموذج الخطي البسيط يترك نمط منتظم، ثم يتحسن الوضع مع النموذج التربيعي دون أن يختفي الأثر البنائي بشكل تام كما يظهر بشكل (4).



$$x = \sqrt{\frac{p}{N}}$$

يبين الشكل (4) أن البواقي في النموذج الخطي تظهر نمط منتظم، وهو ما يدل على وجود انحناء غير ممثل في النموذج. ويختفي هذا النمط بدرجة كبيرة عند استخدام النموذج التربيعي، مما يؤكد الطبيعة غير الخطية للتحيز. وهذا يعني أن التحيز نفسه منظم بنائياً، وليس ضوضاء بحتة، كما يظهر بشكل (5).



شكل (5): توزيع بواقي النموذج عبر أحجام العينات المختلفة.

يبين الشكل (5) أن تباين البواقي ينخفض بشكل تدريجي مع زيادة حجم العينة، وهو ما يتسق مع الطبيعة التقاربية لخطأ الاستعادة البنائية، ولذلك فإن مقارنته عبر نموذج تقاربي أو قانون تصميم ليست مجرد مسألة ملائمة إحصائية، بل استجابة لطبيعة الظاهرة نفسها.

إجابة السؤال الثالث:

كيف يتحدد مقدار التحيز في ضوء خصائص الشبكة البنائية؟

توضح نتائج الدراسة أن مقدار التحيز في مقياس التشابه البنائي لا يتحدد بعامل واحد منفرد، بل يتكون من تفاعل منتظم بين ثلاثة محددات هي: عدد العقد في الشبكة p ، وكثافة الروابط d ، وحجم العينة N . وقد أوضحت النتائج أن التحيز ليس عشوائياً بل هو تحيز منهجي، وهو قابل للتنبؤ حيث أنه يتزايد كلما ازدادت صعوبة الاستعادة البنائية، ويتناقص كلما ازدادت المعلومات التي توفرها العينة، وعملياً يظهر هذا التحيز في خطأ الاستعادة البنائية $y = 1 - s_p$ ، حيث تمثل s_p درجة التشابه البنائي بين الشبكة الحقيقية والشبكة المقدرة، وعليه، فإن ارتفاع y يعني اتساع التحيز الهبوطي في التشابه، وانخفاض y يعني انكماش هذا التحيز. ومن خلال نتائج المحاكاة، يتبين أن y يخضع لثلاثة اتجاهات أساسية واضحة، أنه يزداد مع زيادة عدد العقد، ويزداد مع ارتفاع الكثافة، وينخفض مع زيادة حجم العينة، وهذه العوامل لا تعمل على نحو منفصل، بل تتفاعل فيما بينها لتكون ما يمكن تسميته تعقيد الاستعادة البنائية.

أولاً: أثر عدد المتغيرات في الشبكة p : تظهر النتائج أن زيادة عدد العقد ترفع مقدار التحيز بصورة منتظمة في جميع مستويات الكثافة وجميع أحجام العينات، فكلما اتسعت الشبكة ازداد عدد العلاقات الممكنة بينها، وازداد بالتبعية عدد المعلومات التي ينبغي استعادتها، فأصبحت المهمة الإحصائية أكثر صعوبة، حتى عندما تبقى بقية الشروط ثابتة. ويظهر هذا النمط بوضوح شديد عند تثبيت حجم العينة عند $N = 100$ ، في هذه الحالة، وعبر مستويات الكثافة الثلاثة، ارتفع خطأ الاستعادة y على النحو الآتي:

جدول (4)

أثر عدد العقد في خطأ الاستعادة عند $N = 100$

عدد العقد p	$d=0.2$	$d=0.5$	$d=0.8$
10	0.161	0.245	0.313
20	0.213	0.313	0.406
40	0.261	0.386	0.496

وتكشف هذه القيم أن الانتقال من شبكة صغيرة نسبياً ($p = 10$) إلى شبكة أكبر ($p = 40$) يرفع خطأ الاستعادة بوضوح. ففي الكثافة المنخفضة $d = 0.2$ ارتفع y من 0.161 إلى 0.261، وفي الكثافة المتوسطة $d = 0.5$ ارتفع من 0.245 إلى 0.386، وفي الكثافة المرتفعة $d = 0.8$ ارتفع من 0.313 إلى 0.496. وهذه ليست فروق هامشية، بل فروق جوهرية تعني أن الشبكة الأكبر تستهلك جزء أكبر من قوة العينة في عملية الاستعادة.

وهذا الأثر لا يختفي حتى عند العينات الكبيرة، فعند $N = 5000$ ظلت الشبكات الأكبر أقل تشابهاً من الشبكات الأصغر. ففي الكثافة 0.8، على سبيل المثال، كان خطأ الاستعادة نحو 0.073 عند $p = 10$ ، وارتفع إلى نحو 0.095 عند $p = 20$ ، ثم إلى نحو 0.128 عند $p = 40$ وهذا يعني أن زيادة العينة تقلص التحيز، لكنها لا تلغي أثر التعقيد البنائي نفسه.

ومن الناحية المفاهيمية، فإن هذه النتيجة تؤكد أن التحيز لا يرتبط فقط بضعف التقدير، بل يرتبط أيضاً بعدد العلاقات التي يجب استعادتها بدقة، فكل عقدة جديدة لا تضيف مجرد عنصر جديد إلى الشبكة، بل توسع فضاء العلاقات الممكنة، ومن ثم ترفع احتمال التباعد البنائي بين الشبكة المقدرة والحقيقية ما لم يرافقها زيادة كافية في حجم العينة.

ثانياً: أثر كثافة الروابط d : لا يقتصر تحديد مقدار التحيز على عدد العقد؛ لأن البنية الداخلية للشبكة نفسها، ممثلة في كثافة الروابط، تلعب دور واضح ومستقل، وتبين النتائج أن التحيز يزداد بانتظام مع الانتقال من الشبكات الأقل كثافة إلى الشبكات الأعلى كثافة، حتى عند تثبيت عدد العقد وحجم العينة.

ولتوضيح ذلك بصورة مباشرة، يمكن النظر إلى حالة الشبكة الأكبر ($p = 40$) عبر مستويين متباعدين من حجم العينة:

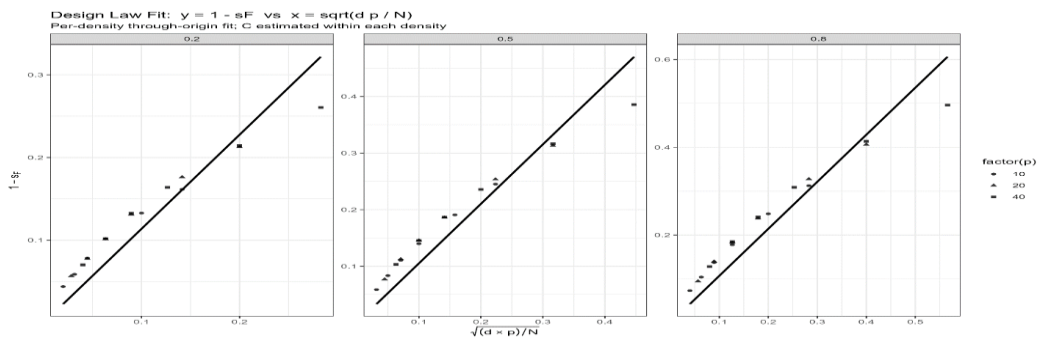
جدول (5)

أثر الكثافة في خطأ الاستعادة عند $p = 40$

حجم العينة N	$d=0.2$	$d=0.5$	$d=0.8$
100	0.261	0.386	0.496
5000	0.070	0.103	0.128

الجدول (5) يكشف أن رفع الكثافة من 0.2 إلى 0.8 يزيد خطأ الاستعادة زيادة كبيرة تحت جميع الأحجام العينية، ففي الحالة الأشد صعوبة ($p = 40, N = 100$) يقفز y من 0.261 إلى 0.496، أي يقترب من الضعف تقريباً، وحتى مع العينة الكبيرة جداً ($N = 5000$) لا يختفي هذا الأثر إذ يرتفع y من 0.070 إلى 0.128.

وهذا يعني أن التحيز لا يتحدد بعدد المتغيرات فقط، بل يتحدد أيضاً بمدى تشابك الشبكة داخلياً فالشبكة الكثيفة تتضمن نسبة أكبر من الحواف غير الصفيرية التي ينبغي تقدير أوزانها بدقة، وكلما ازدادت هذه الحواف الفعلية ازداد عدد المعلومات التي يجب تقديرها في الوقت نفسه، وهو ما يزيد حساسية الاستعادة البنائية لأخطاء العينة، ولهذا السبب كانت منحنيات التشابه أقل ارتفاعاً في الكثافات الأعلى عبر جميع مستويات p كما يظهر في شكل (6).



شكل (6): ملائمة قانون الاستعادة البنائية عبر مستويات مختلفة من كثافة الشبكة

يوضح الشكل (6) أن زيادة كثافة الشبكة تؤدي إلى ارتفاع خطأ الاستعادة البنائية عبر جميع أحجام الشبكات، مما يدل على أن الكثافة تمثل مصدر إضافي لتعقيد الاستعادة، وأن الشبكات الأكثر ترابطاً تتطلب عينات أكبر لتحقيق مستوى مماثل من التشابه البنائي. ونلاحظ أن أثر الكثافة ليس مجرد أثر ثانوي ناتج عن عدد العقد، بل يظهر حتى داخل العدد نفسه من العقد، فعلى سبيل المثال عند $N = 100$ و $p = 10$ ارتفع y من 0.161 عند $d = 0.2$ إلى 0.245 عند $d = 0.5$ ثم إلى 0.313 عند $d = 0.8$ ، وهذا يثبت أن الكثافة ليست تفصيل إضافي، بل متغير بنائي حقيقي يغير حجم التحيز.

ثالثاً: أثر حجم العينة N : في مقابل أثر التعقيد والكثافة، يعمل حجم العينة بوصفه العامل الذي يقلل هذا التحيز. والنتائج تبين بوضوح أن N يرتبط بخطأ الاستعادة بعلاقة عكسية منتظمة، فكلما ازدادت العينة انخفض خطأ الاستعادة y ، وارتفع التشابه sF ، لكن هذه العلاقة ليست مجرد تحسن وصفي عام، بل هي تحسن قوي ومنهجي يظهر في جميع الشروط، ويتضح ذلك في جدول (6) التالي:

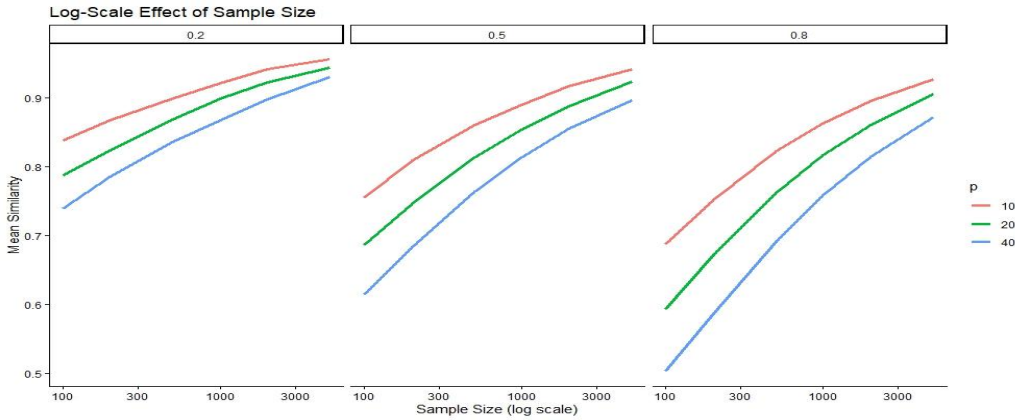
جدول (6)

انخفاض خطأ الاستعادة مع زيادة حجم العينة

الحالة	$N=100$	$N=200$	$N=500$	$N=1000$	$N=2000$	$N=5000$
$p=10, d=0.2$	0.161	0.133	0.102	0.078	0.059	0.044
$p=20, d=0.5$	0.313	0.254	0.186	0.146	0.113	0.077
$p=40, d=0.8$	0.496	0.414	0.309	0.241	0.185	0.128

يبين هذا الجدول (6) أن زيادة العينة من 100 إلى 5000 خفضت خطأ الاستعادة في جميع الحالات تقريباً بنسبة تراوحت حول ثلاثة أرباع القيمة الابتدائية. ففي الحالة الأبسط نسبياً ($p = 10, d = 0.2$) قل y من 0.161 إلى 0.044، وفي الحالة المتوسطة ($p = 20, d = 0.5$) من 0.313 إلى 0.077، وفي الحالة الأكثر صعوبة ($p = 40, d = 0.8$) قل من 0.496 إلى 0.128.

ومع ذلك، فإن هذا التحسن لا يسير على شكل تناقص خطي ثابت، بل يظهر بوضوح من شكل (7)، أن المكاسب تكون أكبر في المراحل الأولى من زيادة العينة، ثم تأخذ في التباطؤ نسبياً، وهذا يعني أن حجم العينة عامل بالغ الأهمية، لكن أثره يخضع هو الآخر لمنطق العوائد المتناقصة فالزيادة من 100 إلى 500 أكثر تأثيراً من الزيادة من 2000 إلى 5000.



شكل (7): العلاقة بين حجم العينة والتشابه البنائي على المقياس اللوغاريتمي.

يتضح من الشكل (7) أن زيادة كثافة الشبكة تؤدي إلى ارتفاع خطأ الاستعادة البنائية عبر جميع أحجام الشبكات، مما يدل على أن الكثافة تمثل مصدر إضافي لتعقيد الاستعادة، وأن الشبكات الأكثر ترابط تتطلب عينات أكبر لتحقيق مستوى مماثل من التشابه البنائي.

رابعاً: التفاعل بين عدد العقد والكثافة وحجم العينة

أهم ما تكشفه النتائج ليس تأثير كل متغير على حدة فقط، بل البنية التفاعلية التي تحكمها جميعاً. فزيادة العقد ترفع التحيز، وزيادة الكثافة ترفعه كذلك، بينما زيادة حجم العينة تخفضه. لكن تخفيض حجم العينة لا يؤثر على جميع الشبكات بالقدر نفسه، إذ تكون الشبكات الكبيرة والكثيفة أكثر حاجة إلى العينات الكبيرة لكي تصل إلى مستوى تشابه مقبول.

ومن هذا يتبين أن مقدار التحيز لا يتحدد بحجم العينة المجرد، بل بحجم العينة بالنسبة إلى التعقيد البنائي للشبكة. فالعينة $N = 500$ قد تكون معقولة نوعاً ما لشبكة صغيرة قليلة الكثافة، لكنها غير كافية لشبكة أكبر وأكثر كثافة. وهذا يفسر لماذا لا ينبغي التعامل مع "حجم العينة الكافي" على أنه رقم ثابت صالح لجميع الشبكات، بل على أنه مقدار نسبي يتحدد بطبيعة البنية المراد استعادتها.

ويظهر هذا التفاعل أيضاً في أن الفروق بين الشبكات لا تختفي حتى عند $N = 5000$. فعلى سبيل المثال، لا تزال الحالة $(p = 40, d = 0.8)$ عند هذه العينة أسوأ من الحالة $(p = 10, d = 0.2)$. بكثير؛ إذ يبلغ خطأ الاستعادة في الحالة الأولى 0.128 مقابل 0.044 في الحالة الثانية، مما يعني أن حجم العينة الكبير لا يحوّ أثر البنية، بل فقط يحد من شدته.

خامساً: الصورة الكمية لمقدار التحيز

تشير النتائج التجريبية إلى أن المحددات الثلاثة لا تعمل بصورة مستقلة أو فوضوية، بل يمكن تلخيص أثرها المشترك في متغير تحجيم مركب (Scaling Variable) يجمع بين تعقيد الشبكة وحجم العينة، وقد أظهرت نتائج المحاكاة أن المتغير $x = \sqrt{\frac{dp}{N}}$ يلخص بدرجة عالية انتظام العلاقة بين التعقيد البنائي وخطأ الاستعادة. ففي هذا التعبير يدخل كل من عدد العقد وكثافة الشبكة في البسط بوصفهما مصدرين لتعقيد البنية الشبكية،

بينما يدخل حجم العينة في المقام بوصفه مصدر المعلومات الذي يخفف من هذا التعقيد. وتشير هذه النتيجة إلى أن مقدار التحيز لا يتحدد بحجم العينة في ذاته، بل بنسبة التعقيد البنائي للشبكة إلى المعلومات التي توفرها العينة. وقد بينت النتائج كما يظهر بجدول (7) أن الخطأ النسبي لمونت كارلو كان منخفض جداً في جميع الشروط، إذ لم يتجاوز 0.27% في أقصى الحالات، كما كانت فترات الثقة ضيقة للغاية، مما يشير إلى أن تقديرات المحاكاة مستقرة بدرجة عالية، وأن الاتجاهات المرصودة في أثر عدد العقد وكثافة الشبكة وحجم العينة ليست ناتجة عن تقلبات مونت كارلو العشوائية، وهذا يعني أن الاتجاهات التي نراها في أثر N و p ليست تقلبات عارضة، بل سمات مستقرة للظاهرة المدروسة.

جدول (7)

الخطأ النسبي لمونت كارلو وفترات الثقة لتقدير التشابه البنائي عبر شروط المحاكاة

عدد العقد p	الكثافة d	حجم العينة N	متوسط sf التقريبي	MCSE	Relative MC Error (%)	CI %95 Width
10	0.2	100	0.839	0.0008	0.095	0.003
20	0.5	100	0.687	0.0012	0.175	0.004
40	0.8	100	0.504	0.0014	0.270	0.005
10	0.2	5000	0.956	0.0003	0.031	0.001
20	0.5	5000	0.923	0.0004	0.043	0.001
40	0.8	5000	0.872	0.0005	0.057	0.002

إجابة السؤال الرابع:

"هل يخضع خطأ الاستعادة البنائية لنمط تقاربي منتظم يمكن التعبير عنه في صورة علاقة مستقرة بين تعقيد الشبكة وحجم العينة عبر شروط تصميم مختلفة؟"

تشير نتائج الدراسة إلى أن خطأ الاستعادة البنائية لا يتغير بصورة عشوائية عبر شروط التصميم المختلفة، بل يخضع لنمط تقاربي منتظم يمكن التعبير عنه في صورة علاقة كمية مستقرة تربط بين تعقيد الشبكة وحجم العينة. وقد تم تعريف خطأ الاستعادة في هذه الدراسة على الصورة $y = 1 - sf$ حيث تمثل sf درجة التشابه البنائي بين الشبكة الحقيقية والشبكة المقدرة. وبناءً على هذا التعريف وكما أظهرت النتائج يمكن تمثيل y بوصفه دالة منتظمة في تعقيد الشبكة وحجم العينة، وهذا الانتظام يظهر على مستويين، انتظام عام يعتمد على $\sqrt{p/N}$ ، وانتظام أدق يظهر عند إدخال الكثافة داخل مقياس التعقيد.

الانتظام التقاربي العام قبل إدخال الكثافة:

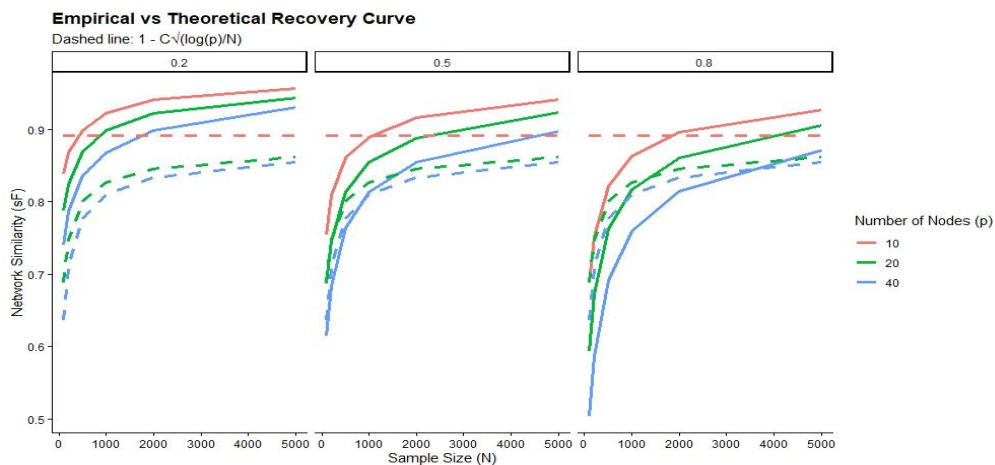
تم اختبار عدة نماذج (أربعة نماذج: خطيان وتربيعيان، مع ثابت وبدونه) لتمثيل العلاقة بين خطأ الاستعادة ومقياس التعقيد $\sqrt{p/N}$ وقد أظهرت المقارنة بين النماذج أن العلاقة ليست عشوائية، بل يمكن التقاطها بواسطة نموذج منخفض البعد كما ظهر سابقاً بجدول (3).

وتوضح النتائج أن النموذج التربيعي يحقق ملائمة أفضل بكثير من النموذج الخطي، مما يشير إلى أن العلاقة بين خطأ الاستعادة وتعقيد الشبكة ليست خطية تماماً، بل تتضمن انحناء تقاربي.

القانون التصميمي بعد إدخال الكثافة:

عند دمج عناصر التعقيد الثلاثة (عدد العقد والكثافة وحجم العينة) في مقياس واحد $\chi = \sqrt{\frac{dp}{N}}$ أصبحت العلاقة أكثر وضوحاً، وظهر أن خطأ الاستعادة يمكن تمثيله جيداً بواسطة قانون خطي يمر بالأصل داخل

$$y \approx C_d \sqrt{\frac{dp}{N}} \quad (50) \quad \text{كل مستوى من مستويات الكثافة:}$$



شكل (8) المنحنى التجريبي مقابل المنحنى النظري للاستعادة البنيوية عبر أحجام الشبكات ومستويات الكثافة المختلفة.

يوضح الشكل (8) العلاقة بين حجم العينة N ودرجة التشابه البنائي S_F عبر مستويات مختلفة من كثافة الشبكة وعدد العقد، وتمثل الخطوط المتصلة النتائج التجريبية الناتجة عن محاكاة مونت كارلو، بينما تمثل الخطوط

المتقطعة المنحنى النظري المستند إلى معدل التقارب المعروف في الأدبيات عالية الأبعاد $1 - C\sqrt{\log(p)/N}$ ، ويظهر أن الاتجاه العام للاستعادة البنائية يتبع هذا النمط التقاربي، إلا أن البيانات التجريبية تكشف أن إدخال التعقيد البنوي الفعلي للشبكة، ممثلاً في حاصل ضرب الكثافة وعدد العقد، يؤدي إلى وصف أكثر دقة لسلوك

الخطأ البنائي، وهو ما يدعم الصيغة المقترحة في هذه الدراسة $1 - C\sqrt{dp/N}$.

وقد أظهرت النتائج ملاءمة مرتفعة لهذا القانون عبر مستويات الكثافة المختلفة كما يتضح من الجدول (8) التالي:

جدول (8)

ثوابت قانون التصميم وملاءمته عبر مستويات الكثافة

الكثافة d	الثابت C_d	الحد الأدنى	الحد الأعلى	R^2	AIC	BIC
0.2	1.1377	1.0227	1.2527	0.9624	74.80-	73.02-
0.5	1.0514	0.9545	1.1483	0.9686	64.49-	62.71-
0.8	1.0717	0.9767	1.1667	0.9709	56.73-	54.95-

وتشير قيم R^2 المرتفعة، والتي تراوحت بين 0.962 و 0.971، إلى أن الجزء الأكبر من تغير خطأ الاستعادة يمكن تفسيره بواسطة هذا التعبير البسيط للبيانات التي تمتد عبر أحجام مختلفة من الشبكات، وعينات متفاوتة، وثلاثة مستويات من الكثافة.

وأن ثوابت القانون C_d ظلت محصورة في نطاق ضيق، من 1.051 إلى 1.138 وهذا يعني أن إدخال الكثافة لا يغير شكل العلاقة الأساسية، بل يعيد تحجيمها فقط. فلا استقرار لا يظهر فقط في ارتفاع R^2 ، بل أيضاً في أن ثابت القانون نفسه لا يتغير من قيمة إلى أخرى بصورة حادة، بل يبقى بالقرب من الواحد. وهذا يعطي القانون صفة الثبات البنائي، وهذا الانتظام لا يقتصر على حالة تجريبية واحدة، بل يتكرر في جميع الخلايا التصميمية. الصيغة التقريبية العامة للقانون: أظهرت النتائج أنه عند تجميع جميع شروط التصميم ظهر أن هناك ثابت عام $C_{global} = 1.07372$ ، مما يؤدي إلى الصيغة التقريبية العامة $\sqrt{\frac{dp}{N}} \approx 1.07372$ ، وقد حقق هذا التمثيل معامل تفسير $R^2 \approx 0.9683$ ، مما يدل على أن العلاقة بين تعقيد الشبكة وحجم العينة يمكن تمثيلها بقانون تقاربي بسيط ومستقر.

فحص البواقي: بالرغم من قوة القانون، فإن فحص البواقي يبين أنه قانون تقريبي وليس تمثيل مطابق لكل خلية تصميمية، كما يظهر بجدول (9)، فعلى المستوى العام، كان متوسط الخطأ المطلق للبواقي يقارب 0.032، بينما بلغ أكبر انحراف مطلق نحو 0.110، وهو انحراف وقع في الخلية الأصعب تقريباً $(p = 40, d = 0.8, N = 100)$ ، كما أن غالبية البواقي كانت صغيرة نسبياً؛ إذ إن معظمها ظل ضمن حدود عملية مقبولة.

جدول (9)

أمثلة على الملاءمة بين القيم المشاهدة والقيم المتوقعة

البواقي	y المتوقع	y المشاهد	$x = dp/N$	N	d	p
0.0006	0.1609	0.1615	0.1414	100	0.2	10
0.0094	0.3031	0.3125	0.2828	100	0.8	10
0.0375	0.1487	0.1862	0.1414	500	0.5	20
0.0613-	0.3218	0.2605	0.2828	100	0.2	40
0.1100-	0.6062	0.4962	0.5657	100	0.8	40
0.0425	0.0857	0.1282	0.0800	5000	0.8	40

يظهر من الجدول (9) أن القانون ينجح أحياناً بدقة شديدة، كما في الحالة $(p = 10, d = 0.2, N = 100)$ ، حيث كان الفرق بين المشاهد والمتوقع شبه معدوم، وتظهر الانحرافات الأكبر في الحالات القصوى التي تجمع بين الشبكات الكبيرة والكثيفة والعينات الصغيرة، وهو أمر متوقع في القوانين التقريبية، لأن الحالات الأكثر تطرفاً تمثل أقصى ضغط ممكن على القانون التقريبي.

إجابة السؤال الخامس:

"ما مدى إسهام كل من التحيز والتباين في تكوين الخطأ البنائي الكلي عند استعادة الشبكات السيكمومترية؟"

تكشف نتائج الدراسة أن الخطأ البنائي الكلي في استعادة الشبكات السيكمومترية يتكون من مكون تحيزي منهجي أكثر بكثير من المكون العشوائي المرتبط بالتباين. أي أن المشكلة الرئيسة في الاستعادة الشبكية من عينات محدودة لا تتمثل في عدم استقرار المؤشر عبر التكرارات، بل في أن متوسط التشابه البنائي نفسه يكون منحازاً بصورة تنازلية عن القيمة المثالية $1 = s_F$ أو بعبارة أخرى، فإن الخطأ الكلي لا ينشأ بشكل أساسي من تشتت التقديرات حول القيمة الصحيحة، بل من تركيزها حول قيمة أدنى من المستوى المستهدف.

الإطار التحليلي لتفكيك الخطأ البنائي:

بما أن القيمة الحقيقية للتشابه بين الشبكة الحقيقية ونفسها هي $s_F^{true} = 1$ ، فإن الخطأ على مقياس التشابه يمكن تحليله باستخدام التفكيك الكلاسيكي لمتوسط مربع الخطأ $MSE(s_F) = \mathbb{E}[(s_F - 1)^2]$ وبتوسيعه نحصل على:

$$MSE(s_F) = (1 - \mathbb{E}[s_F])^2 + \text{Var}(s_F) \quad (51)$$

أي أن الخطأ البنائي الكلي يتكون من حدين وهما مربع التحيز: $\text{Bias}^2 = (1 - \mathbb{E}[s_F])^2$ والتباين: $\text{Var}(s_F)$ وبالرجوع إلى المتغير المستخدم في الدراسة $y = 1 - s_F$ تصبح الصيغة مكافئة على النحو الآتي:

$$\mathbb{E}[y^2] = (\mathbb{E}[y])^2 + \text{Var}(y) \quad (52)$$

وهذا يعني أن متوسط خطأ الاستعادة y يمثل المكون المنهجي، بينما يعبر تباينه عن المكون العشوائي. وقد أمكن تقدير هذه الكميات مباشرة من نتائج المحاكاة باستخدام متوسطات التشابه والانحرافات المعيارية،

ثم نقيس النسبة التفسيرية لكل مكون: $\% \text{Var} = \frac{\text{Var}}{\text{MSE}}$ ، $\% \text{Bias} = \frac{\text{Bias}^2}{\text{MSE}}$ ، ويوضح جدول (10) هذا التفكيك على جميع الخلايا التصميمية البالغ عددها 54 خلية.

جدول (10)

التفكيك العام للخطأ البنائي الكلي

المؤشر	المتوسط العام
متوسط التشابه s_F	0.8188
متوسط التحيز $s_F - 1$	0.1812
متوسط الانحراف المعياري	0.0127
متوسط مربع التحيز	0.04329
متوسط التباين	0.000211
متوسط الخطأ الكلي MSE	0.04350
نسبة مساهمة مربع التحيز	%98.38
نسبة مساهمة التباين	%1.62

في المتوسط العام عبر جميع الشروط، بلغ إسهام مربع التحيز نحو 98.38% من الخطأ البنائي الكلي، في حين لم يتجاوز إسهام التباين نحو 1.62% فقط، ويظهر من هذه الأرقام أن التباين موجود بالفعل، لكنه صغير جدًا مقارنة بالجزء المنهجي من الخطأ (التحيز)، فحتى عندما يتغير S_F من تكرار إلى آخر داخل الخلية نفسها، فإن حجم هذا التغير يظل أصغر كثيرًا من الانحراف المنتظم في متوسط التشابه عن القيمة المثالية، وهذه النتيجة تتماشى مع التحليل النظري، حيث أن S_F متحيز تنازليًا في العينات المحدودة، فإن معظم الخطأ لا يأتي من كونه غير مستقر حول القيمة الحقيقية، بل من كونه يتمركز حول قيمة أدنى من الحقيقية.

أثر حجم العينة على الخطأ البنائي: يبين جدول (11) أن زيادة حجم العينة تخفض كلا من التحيز والتباين في المقدار المطلق، ولكنها لا تفعل ذلك بالسرعة نفسها، فمربع التحيز ينخفض بسرعة كبيرة مع تزايد حجم العينة، بينما ينخفض التباين أيضًا ولكن بدرجة أبطأ نسبيًا، لذلك وعلى الرغم من أن التحيز يبقى هو المهيمن في جميع أحجام العينات، فإن النسبة التفسيرية للتباين تبدأ في الظهور أكثر قليلًا عند العينات الكبيرة لأن التحيز نفسه يكون قد تقلص بشدة، وقد جاءت المتوسطات عبر أحجام العينة كما يلي:

جدول (11)

مساهمة التحيز والتباين في الخطأ الكلي بحسب حجم العينة

N	متوسط مربع التحيز	متوسط التباين	متوسط MSE	مساهمة التحيز في الخطأ الكلي	مساهمة التباين في الخطأ الكلي
100	0.10611	0.000381	0.10649	99.64%	0.36%
200	0.07066	0.000308	0.07097	99.57%	0.43%
500	0.03865	0.000199	0.03885	99.49%	0.51%
1000	0.02366	0.000151	0.02381	99.37%	0.63%
2000	0.01392	0.000112	0.01404	99.20%	0.80%
5000	0.00677	0.000115	0.00688	98.34%	1.66%

نلاحظ من الجدول (11) أن الخطأ الكلي نفسه ينخفض بقوة مع زيادة العينة، وهو ما يؤكد أن زيادة N تحسن الاستعادة البنائية تحسینًا فعليًا. لكن من جهة ثانية، يبقى مربع التحيز هو المسيطر حتى عند $N = 5000$ ، حيث لا يزال يفسر نحو 98.34% من الخطأ الكلي، أي أن التباين يصبح أكثر ظهور بصورة نسبية فقط، ليس لأنه أصبح أكبر، ولكن لأن الجزء التحيزي أصبح أصغر.

فلا ينبغي تفسير زيادة النسبة المئوية لمساهمة التباين عند العينات الكبيرة على أنها تحول في بنية الخطأ، بل يجب فهمها بوصفها نتيجة حساسية لانخفاض مربع التحيز بسرعة أكبر. أما من حيث القيم المطلقة، فإن التباين نفسه يظل صغيرًا جدًا.

أثر حجم الشبكة (عدد العقد) على الخطأ البنائي:

عند فحص النتائج بحسب عدد العقد في الشبكة، ظهر أن سيطرة التحيز تصبح أشد مع ازدياد حجم الشبكة، وقد جاءت المتوسطات كما يلي:

جدول (12)

مساهمة التحيز والتباين في الخطأ الكلي بحسب عدد العقد

عدد العقد p	متوسط مربع التحيز	متوسط التباين	متوسط MSE	مساهمة التحيز	مساهمة التباين
10	0.02393	0.000440	0.02437	98.19%	1.81%
20	0.04116	0.000144	0.04131	99.65%	0.35%
40	0.06479	0.000049	0.06484	99.92%	0.08%

وتكشف هذه النتائج أن ازدياد عدد العقد لا يرفع الخطأ الكلي فقط، بل يغير طبيعته في اتجاه مزيد من مساهمة التحيز، ففي الشبكات الصغيرة ($p = 10$) يبقى التباين بنسبة تقارب 1.81%، أما في الشبكات الأكبر ($p = 40$) فإن مساهمة التباين تصبح شبه منعدمة، بينما يفسر التحيز تقريباً كل الخطأ الكلي، مما يعني أن صعوبة استعادة الشبكات الكبيرة لا تظهر في أنها غير مستقرة عبر التكرارات، بل في أن التقدير نفسه يصبح منحازاً بنائياً بدرجة أكبر.

أثر كثافة الشبكة على الخطأ البنائي:

يتبين من النتائج بجدول (13) أنه عند الانتقال من الشبكات قليلة الكثافة إلى الشبكات عالية الكثافة ارتفع الخطأ الكلي، لكن هذا الارتفاع يكاد يكون بأكمله في صالح التحيز، فالشبكات الكثيفة لا تنتج فقط تشابه أقل في المتوسط، بل تجعل الجزء العشوائي من الخطأ أقل أهمية نسبياً أمام التضخم الحاد في الجزء المنهجي.

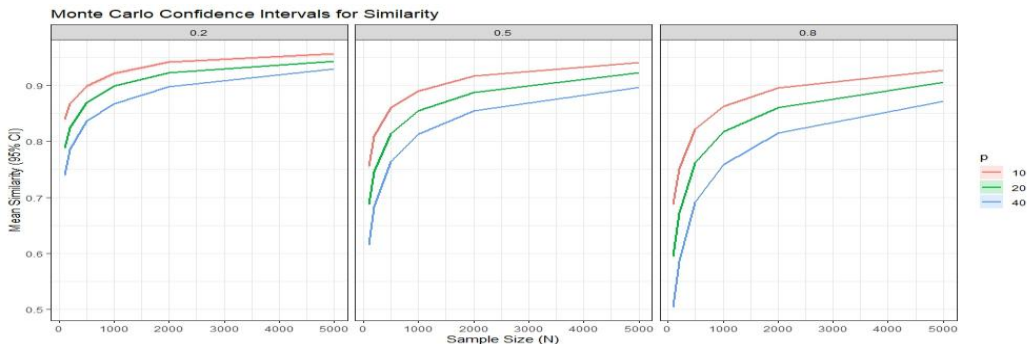
جدول (13)

مساهمة التحيز والتباين في الخطأ الكلي بحسب الكثافة

الكثافة d	متوسط مربع التحيز	متوسط التباين	متوسط MSE	حصة التحيز	حصة التباين
0.2	0.01956	0.000302	0.01986	98.48%	1.52%
0.5	0.04150	0.000175	0.04167	99.58%	0.42%
0.8	0.06882	0.000156	0.06898	99.77%	0.23%

ومن الناحية النظرية، يمكن تفسير ذلك بأن الشبكة الكثيفة تحمل تعقيداً بنائياً أكبر؛ لأن الحواف الفعالة التي يجب استعادتها بدقة عددها أكبر، ومن ثم فإن أي قصور في الاستعادة يتحول إلى ابتعاد كلي منظم عن البنية الحقيقية، لا مجرد تذبذب حولها.

ويوضح شكل (9) فترات الثقة المشتقة من محاكاة مونت كارلو لمتوسط التشابه البنائي S_F عبر أحجام العينات المختلفة ومستويات الكثافة وعدد العقد، ويظهر أن فترات الثقة تظل ضيقة نسبياً عبر معظم شروط التصميم، حتى في أحجام العينات الصغيرة، وهو ما يشير إلى أن التباين في تقدير التشابه الشبكي محدود، كما يتضح أن متوسط التشابه يزداد بصورة منتظمة مع زيادة حجم العينة، بينما ينخفض مع ازدياد عدد العقد أو ارتفاع كثافة الشبكة، وأيضاً ضيق فترات الثقة مقارنة بالابتعاد الملحوظ لمتوسط التشابه عن القيمة المثالية $S_F = 1$ يدعم الاستنتاج بأن الجزء الأكبر من الخطأ البنائي لا يرجع إلى التباين العشوائي بين التكرارات، بل إلى انحراف منهجي في متوسط التقدير نفسه.



شكل (9): فترات الثقة المونت كارلو لمتوسط التشابه البنائي

إجابة السؤال السادس:

"كيف يمكن توظيف العلاقة بين التعقيد البنائي للشبكة وحجم العينة في اشتقاق قاعدة كمية لتحديد حجم العينة اللازمة لتحقيق مستوى مستهدف من الاستعادة البنائية؟"

أظهرت النتائج في السؤال الرابع أن خطأ الاستعادة البنائية ينتظم تقريبًا وفق العلاقة:

$$y = 1 - s_F \approx C \sqrt{\frac{dp}{N}}$$

حيث: y = خطأ الاستعادة البنائية، s_F = التشابه البنائي المستند إلى معيار فروينينوس، d = كثافة الشبكة، p = عدد العقد، N = حجم العينة، C = ثابت تصميم يعتمد على مستوى الكثافة أو يتم أخذ الصورة العامة التقريبية. فإن هذه العلاقة يمكن عكسها بطريقة جبرية لاشتقاق حجم العينة المطلوب لتحقيق مستوى مستهدف من التشابه البنائي، فإذا كان الباحث يريد الوصول إلى تشابه مستهدف نرمز له s_F^* فإن خطأ الاستعادة المستهدف يصبح

$$y^* = 1 - s_F^*$$

وبالتعويض في قانون التصميم نحصل على

$$1 - s_F^* \approx C \sqrt{\frac{dp}{N}}$$

ثم بتربيع الطرفين وإعادة الترتيب لحجم العينة نحصل على قاعدة التصميم:

$$N \approx \frac{C^2 dp}{(1 - s_F^*)^2} \quad (53)$$

أو بصيغة أخرى:

$$N \geq \frac{C^2 dp}{(1 - s_F^*)^2} \quad (54)$$

وهذه هي القاعدة الكمية المركزية التي تم اشتقاقها من نتائج الدراسة، وهي تعني أن حجم العينة اللازم للاستعادة الشبكية لا يتم اختياره بصورة عشوائية، بل يتحدد مباشرة من خلال ثلاثة مكونات هي تعقيد الشبكة ممثلًا في dp ، وجودة الاستعادة المستهدفة ممثلة في s_F^* وثابت المعايرة C المستخرج من نتائج الدراسة.

هذه القاعدة تكشف ثلاث خصائص هامة:

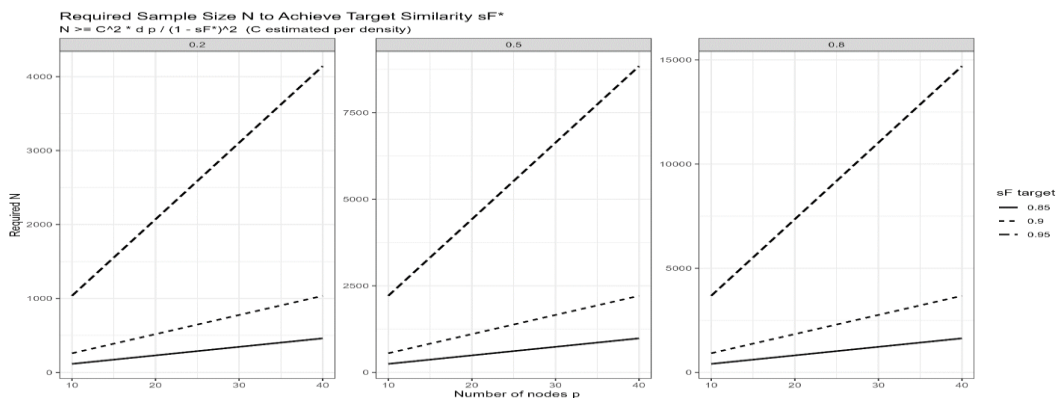
الخاصية الأولى: أن حجم العينة يزيد بصورة خطية مع زيادة تعقيد الشبكة dp ، أي أن مضاعفة عدد العقد تقريبًا، مع ثبات الكثافة والهدف، تؤدي إلى مضاعفة حجم العينة المطلوب، وكذلك ارتفاع الكثافة يرفع حجم العينة المطلوبة بقدر متناسب معها.

الخاصية الثانية: أن حجم العينة يزيد بصورة عكسية مع مربع الهامش المتبقي عن الاستعادة الكاملة (مقدار الخطأ البنائي المتبقي بين الشبكة المقدرة والشبكة الحقيقية)، فالقمام هو $(1 - s_F^*)^2$ ، وهذا يعني أن الانتقال إلى أهداف أكبر من التشابه المستهدف يصبح مكلفًا بسرعة كبيرة. فعلى سبيل المثال الانتقال من $s_F^* = 0.85$

إلى $s_F^* = 0.90$ يغير الهامش من 0.15 إلى 0.10، وبالتالي يضاعف حجم العينة بمقدار $\frac{0.15^2}{0.10^2}$ 2.25، أما الانتقال من 0.90 إلى 0.95 فيغير الهامش من 0.10 إلى 0.05، وبالتالي يضاعف حجم العينة بمقدار $\frac{0.10^2}{0.05^2} = 4$.

الخاصية الثالثة: هذه القاعدة ليست مجرد استنتاج نظري، بل مبنية على الملاءمة التجريبية، حيث بلغت R^2 في النماذج الخاصة بالكثافة ما بين 0.962 و0.971، وهي قيمة مرتفعة بما يكفي لتمنح القانون وظيفة تصميمية عملية واضحة.

وهذا يظهر في منحنيات حجم العينة المطلوبة في شكل (10)، حيث ترتفع بحدة شديدة كلما اقترب التشابه المستهدف من الواحد.



شكل (10) حجم العينة المطلوب لتحقيق مستويات مختلفة من التشابه البنائي المستهدف

ثوابت التصميم المستخدمة في الحساب:

أسفرت النتائج عن ثوابت تصميم خاصة بكل مستوى من مستويات الكثافة، كما يلي:

جدول (14)

ثوابت قانون التصميم بحسب الكثافة

الكثافة d	الثابت Cd	$Cd2$	$R2$
0.2	1.1377	1.2944	0.9624
0.5	1.0514	1.1054	0.9686
0.8	1.0717	1.1485	0.9709

كما أمكن الحصول على ثابت عام تقريبي: $C_{global} = 1.07372$ ، وبالتالي: $C_{global}^2 \approx 1.15287$ ، وهذا يتيح للباحث خيارين في الاستخدام، إما استخدام الثابت الموافق للكثافة المتوقعة للشبكة، أو استخدام الثابت العالمي عندما لا تكون الكثافة معروفة بدقة مسبقاً.

الصيغة العملية المباشرة لقاعدة التصميم:

بناء على القيم السابقة، يمكن كتابة القاعدة في ثلاث صور جاهزة للاستخدام:

$$N \geq \frac{1.2944 \times 0.2 \times p}{(1-s_F^*)^2} : d = 0.2 \text{ عند الكثافة المنخفضة}$$

$$N \geq \frac{1.1054 \times 0.5 \times p}{(1-s_F^*)^2} : d = 0.5 \text{ عند الكثافة المتوسطة}$$

$$N \geq \frac{1.1485 \times 0.8 \times p}{(1-s_F^*)^2} : d = 0.8 \text{ عند الكثافة المرتفعة}$$

أما الصيغة العامة فتكون:

$$N \geq \frac{1.1529 \times d \times p}{(1-s_F^*)^2}$$

وهذه الصيغة تمثل ما يمكن اعتباره حاسبة أولية لحجم العينة في دراسات الشبكات السيكمومترية.

أمثلة كمية مباشرة من نتائج الدراسة:

لتوضيح قيمة هذه القاعدة، تم حساب أحجام العينات المطلوبة لثلاثة مستويات من التشابه المستهدف: 0.85، 0.90، 0.95، وعبر ثلاثة أحجام للشبكة: 10، 20، 40. $p = 10, 20, 40$.

جدول (15)

أحجام العينات المطلوبة لتحقيق تشابه مستهدف s_F^* (ثابت المعايرة C حسب الكثافة)

$N_{required}$	$C(d)$	s_F^*	d	p	$N_{required}$	$C(d)$	s_F^*	d	p	$N_{required}$	$C(d)$	s_F^*	d	p
409	1.0717	0.85	0.8	10	246	1.0514	0.85	0.5	10	116	1.1377	0.85	0.2	10
919	1.0717	0.9	0.8	10	553	1.0514	0.9	0.5	10	259	1.1377	0.9	0.2	10
3676	1.0717	0.95	0.8	10	2211	1.0514	0.95	0.5	10	1036	1.1377	0.95	0.2	10
817	1.0717	0.85	0.8	20	492	1.0514	0.85	0.5	20	231	1.1377	0.85	0.2	20
1838	1.0717	0.9	0.8	20	1106	1.0514	0.9	0.5	20	518	1.1377	0.9	0.2	20
7351	1.0717	0.95	0.8	20	4422	1.0514	0.95	0.5	20	2071	1.1377	0.95	0.2	20
1634	1.0717	0.85	0.8	40	983	1.0514	0.85	0.5	40	461	1.1377	0.85	0.2	40
3676	1.0717	0.9	0.8	40	2211	1.0514	0.9	0.5	40	1036	1.1377	0.9	0.2	40
14701	1.0717	0.95	0.8	40	8844	1.0514	0.95	0.5	40	4142	1.1377	0.95	0.2	40

تكشف الأمثلة الكمية الواردة في نتائج الدراسة عن ثلاثة أنماط رئيسة تحكم العلاقة بين خصائص الشبكة وحجم العينة المطلوب، فيظهر أن حجم العينة يزداد تقريباً بصورة خطية مع عدد العقد p عند تثبيت كثافة الشبكة ومستوى التشابه المستهدف، فعند $s_F^* = 0.90$ و $d = 0.5$ يرتفع حجم العينة من نحو 553 عند $p = 10$ إلى 1106 عند $p = 20$ ، ثم إلى 2211 عند $p = 40$ ، مما يشير إلى أن مضاعفة عدد العقد تؤدي تقريباً إلى مضاعفة حجم العينة المطلوب. يتضح أيضاً أن زيادة كثافة الشبكة d ترفع متطلبات حجم العينة، حيث يرتفع الحجم المطلوب عند $s_F^* = 0.90$ و $p = 20$ من 518 عند $d = 0.2$ إلى 1106 عند $d = 0.5$ ، ثم إلى 1838 عند $d = 0.8$.

تظهر النتائج كذلك لاختية حادة عند مستويات التشابه المرتفعة جداً بسبب الحد $(1-s_F^*)^{-2}$ ، إذ يتطلب رفع التشابه المستهدف من 0.90 إلى 0.95 في شبكة بحجم $p = 40$ وكثافة $d = 0.8$ زيادة

حجم العينة من نحو 3676 إلى 14701، وهو ما يعكس الزيادة الكبيرة في عبء الاستعادة البنائية عند الاقتراب من الاستعادة الكاملة للشبكة.

استخدام القاعدة في التخطيط الفعلي للدراسة:

يمكن توظيف هذه القاعدة في إجراءات التخطيط القبلي وفق الخطوات الآتية:

1. يتم تحديد عدد العقد (الأبعاد) المتوقع في الشبكة p .
2. يتم تقدير كثافة الشبكة d استناداً إلى الأدبيات السابقة أو إلى دراسة استطلاعية أو إلى افتراض نظري معقول.
3. يختار مستوى التشابه البنائي المستهدف s_F^* ، مثل 0.85 ويمثل هدف عملي معقول في كثير من الدراسات الاستكشافية أو الميدانية أو 0.90 ويمثل هدف أكثر صرامة، لكنه لا يزال ممكن في عدد من التصميمات، أو 0.95 وهو هدف قد يصبح غير واقعي، خاصة في الشبكات الكبيرة والكثيفة.
4. يختار الثابت C المناسب (الثابت الخاص بالكثافة إذا كانت الكثافة معروفة تقريباً، أو الثابت العام إذا كانت غير معروفة).

$$5. \text{ يحسب حجم العينة من المعادلة } N \geq \frac{C^2 dp}{(1-s_F^*)^2}$$

الاستنتاجات:

تكشف نتائج الدراسة، أن الاستعادة البنائية للشبكات السيكموترية في العينات المحدودة تخضع لمنطق إحصائي واضح ومنتظم، يمكن صياغته في إطار تفسيري وتصميمي متكامل، فقد أثبتت النتائج هو أن حجم الأثر البنائي في الشبكات السيكموترية لا ينبغي تعريفه تعريف يقوم على أخطاء الحواف المنفردة، أو تعريف وصفي عام يكفي بالملاحظة الانطباعية لتقارب الشبكتين، بل يجب تعريفه تعريف بنائي يعتمد على الفرق بين مصفوفتي الأوزان في الشبكة الحقيقية والشبكة المقدرة. وقد تحقق ذلك عبر مسافة فروينينوس المعيارية d_F ، ثم عبر تحويلها

$$\text{إلى مؤشر تشابه بنائي } s_F = \frac{1}{1+d_F} \text{، ثم إلى خطأ استعادة بنائية } y = 1 - s_F$$

وقد برهنت النتائج أن هذا التعريف مناسب نظرياً، وصالح تجريبياً أيضاً، لأنه استجاب بطريقة منتظمة لتغير عدد العقد والكثافة وحجم العينة، وأتاح مقارنة عادلة نسبياً بين شبكات غير متساوية في الحجم.

وأوضحت النتائج بعد ذلك أن هذا المقياس للتشابه البنائي ليس محايد في العينات المحدودة، بل به تحيز منهجي منتظم، فالتشابه المرصود s_F يميل إلى الانخفاض عن القيمة المثالية، بينما يرتفع خطأ الاستعادة y فوق الصفر. وهذا التحيز ليس وليد خلل إجرائي، بل ناتج عن البنية الرياضية للمقياس نفسه، إذ إن مسافة فروينينوس قائمة على مربعات الأخطاء، ومن ثم فإن الضوضاء الإحصائية لا تلغي نفسها في المتوسط، بل تتحول إلى مقدار موجب يترجم إلى انخفاض في التشابه، وبذلك أظهرت الدراسة أن المشكلة الأساسية في استعادة الشبكات من عينات محدودة ليست مجرد عدم دقة عشوائية، بل وجود انحراف بنائي منتظم ينبغي أخذه في الحسبان صراحة.

ثم كشفت النتائج أن مقدار هذا التحيز لا يتحدد بعامل منفرد، بل يتشكل من التفاعل بين ثلاثة عناصر: عدد العقد p ، وكثافة الروابط d ، وحجم العينة N ، فكلما زاد عدد العقد ارتفع تعقيد الاستعادة، وكلما ارتفعت كثافة الروابط ازدادت صعوبة تمثيل البنية الحقيقية بدقة، في حين تعمل زيادة حجم العينة على تقليص هذا التعقيد،

وحجم العينة تتحدد قيمته بالنسبة إلى درجة التعقيد البنائي للشبكة، ومن ثم فإن كفاية العينة ليست خاصية مستقلة عن بنية الشبكة، بل خاصية نسبية تتحدد بها.

وعن طريق نتائج المحاكاة تم العثور على نمط تقاربي منتظم لخطأ الاستعادة البنائية. فقد بينت التحليلات أن

$y = 1 - s_F$ ينتظم حول علاقة مستقرة في الصورة $y \approx C \sqrt{\frac{dp}{N}}$ ، حيث يمثل C ثابت المعايرة التجريبي والذي ظل قريب من الواحد عبر مستويات الكثافة المختلفة، وحقت هذه العلاقة معاملات تفسير مرتفعة قاربت من 0.96 إلى 0.97، وهذه النتيجة تعني أن التعقيد البنائي وحجم العينة لا يؤثران في الاستعادة على نحو عشوائي، بل بمقياس تعقيد واحد يمكن تفسيره وحسابه عبر شروط تصميم متعددة.

وعندما تم تفكيك الخطأ البنائي الكلي إلى مكوناته الأساسيين، التحيز والتباين، ظهرت أن الخطأ البنائي في جوهره هو خطأ تحيزي لا خطأ تبايني، فقد بلغ متوسط إسهام مربع التحيز نحو 98.38% من الخطأ الكلي، في حين لم يتجاوز إسهام التباين 1.62% تقريباً.

وهذا يعني أن قصور الاستعادة الشبكية تحت العينة المحدودة لا يرجع إلى تشتت التقديرات بين التكرارات، بل إلى أن متوسط التقدير نفسه يقع بشكل منهجي دون المستوى المستهدف من التشابه. وتزداد هذه الهيمنة التحيزية كلما كبرت الشبكة أو ازدادت كثافتها، بينما يبقى التباين مكون ثانوي.

ومن هذه البنية التفسيرية تم اشتقاق قاعدة التصميم الكمية لحجم العينة. فيما أن خطأ الاستعادة ينتظم وفق العلاقة السابقة، أمكن عكسها بشكل جبري لاستخراج حجم العينة اللازم لتحقيق مستوى مستهدف من التشابه

$$N \geq \frac{c^2 dp}{(1-s_F^*)^2}$$

وهي تكشف أن حجم العينة المطلوب يرتفع بشكل خطي مع تعقيد الشبكة، لكنه يرتفع بشكل عكسي مع مربع الهامش المتبقي عن التشابه الكامل، وهو ما يفسر الزيادة الحادة في متطلبات العينة كلما ارتفع مستوى التشابه المستهدف من 0.85 إلى 0.90 ثم إلى 0.95.

المناقشة:

تضع نتائج الدراسة الحالية مسألة الاستعادة البنائية للشبكات السيكمترية في مركز النقاش المنهجي في تحليل الشبكات النفسية، فالقضية لا تتعلق فقط بإمكانية تقدير شبكة من البيانات، بل بمدى دقة استعادة البنية الحقيقية للنظام النفسي الذي يفترض أن البيانات قد تولدت عنه. ومن هذا المنطلق سعت الدراسة إلى تقديم إطار تحليلي لتعريف حجم الأثر البنائي (Structural Effect Size) بوصفه مقياس كمي لخطأ الاستعادة البنائية للشبكة، بحيث يعكس مقدار الابتعاد عن التشابه البنائي الكامل بين الشبكة الحقيقية والشبكة المقدرة.

وقد بينت النتائج أن تحويل الفرق البنائي بين الشبكتين إلى مسافة فروينينوس المعيارية ثم إلى مؤشر تشابه بنائي يسمح بتصنيف كلي للفجوة البنائية بين الشبكات، وهو ما يتجاوز المقارنات الجزئية التي تركز فقط على الحواف المفردة. غير أن التحليل التقاربي كشف أيضاً عن خاصية منهجية مهمة، وهي أن هذا التحويل غير الخطي يولد تحيز للعينة المحدودة حتى في الحالات التي تكون فيها أخطاء التقدير الموضعية متمركزة حول الصفر. فبسبب اعتماد المسافة على مربعات الفروق، تتحول الأخطاء العشوائية إلى مقدار موجب في المتوسط، وهو ما يؤدي إلى انخفاض

منهجي في التشابه البنائي المرصود، وبذلك يمكن تفسير لماذا يظهر خطأ استعادة بنائي موجب حتى عندما تكون الشبكتان متماثلتين على مستوى المجتمع. كما أظهرت النتائج أن الخطأ البنائي الكلي للشبكة لا يتحدد بحجم العينة وحده، بل بنسبة هذه العينة إلى تعقيد الشبكة البنائي، فقد تبين أن خطأ الاستعادة البنائية، الذي يمثل حجم الأثر البنائي الناتج عن خطأ التقدير، يتزايد مع زيادة عدد العقد وكثافة الروابط، ويتناقص عكسياً مع الجذر التربيعي لحجم العينة، وقد أمكن التعبير عن هذه العلاقة التقاربية بالعلاقة:

$$y \approx c \sqrt{\frac{dp}{N}}$$

حيث يمثل y حجم الأثر البنائي لخطأ الاستعادة، و p عدد العقد، و d كثافة الشبكة، و N حجم العينة. وتشير هذه النتيجة إلى أن دقة استعادة الشبكات تعتمد في الأساس على نسبة حجم العينة إلى تعقيد الشبكة البنائي، لا على حجم العينة المطلق.

وتتسق هذه النتيجة مع الاتجاه النظري في النماذج البيانية عالية الأبعاد، فقد أوضح Ravikumar et al. (2010) أن نجاح استعادة البنية في نماذج Ising يعتمد على العلاقة بين حجم العينة وعدد المتغيرات وتعقيد الشبكة، وأثبتوا أن الاستعادة المتسقة يمكن تحقيقها عندما يرتبط حجم العينة بعلاقة من رتبة $d^2 \log p$ أو $d^3 \log p$ ، ما يعني أن زيادة تعقيد الشبكة تفرض متطلبات عينية أكبر لاستعادة بنيتها بدقة، وفي الاتجاه نفسه، بينت تحليلات أخرى في النماذج البيانية أن عملية اختيار البنية في النماذج الغاوسية تعتمد كذلك على التفاعل بين عدد المتغيرات وحجم العينة وعدد الحواف في النموذج، كما أظهر Foygel and Drton (2010) عند تطوير معيار EBIC لاختيار البنية في الشبكات عالية الأبعاد. غير أن الإسهام الذي تقدمه الدراسة الحالية يختلف عن هذه الأدبيات في نقطة جوهرية، فالدراسات السابقة ركزت أساساً على اتساق اختيار الحواف أو استعادة الدعم البنائي للشبكة، في حين ركزت الدراسة الحالية على قياس مقدار الخطأ البنائي الكلي للشبكة من خلال مفهوم حجم الأثر البنائي، وبذلك لا يقتصر التحليل على تحديد ما إذا كانت البنية قد استعيدت أم لا، بل يمتد إلى قياس درجة الخطأ البنائي المتبقي في الشبكة المقدرة.

وتبرز أهمية هذه النتيجة بصورة خاصة من الناحية التطبيقية، إذ أمكن عكس العلاقة التقاربية المستنتجة لاشتقاق قاعدة تصميم كمية لتحديد حجم العينة المطلوب لتحقيق مستوى معين من التشابه البنائي، وبذلك تنتقل مسألة الاستعادة الشبكية من كونها مجرد تقييم بعدي لجودة التقدير إلى مشكلة تصميم قبلي للدراسة. فبدل السؤال التقليدي كم حجم العينة المطلوب بصورة عامة، يصبح السؤال الأكثر دقة كم حجم العينة المطلوب لاستعادة شبكة محددة بهذا العدد من العقد وهذه الكثافة البنائية.

وبهذا قدمت الدراسة الحالية إسهامين، يتمثل الأول في إدخال مفهوم حجم الأثر البنائي بوصفه مقياساً كمياً لخطأ الاستعادة الشبكية، بينما يتمثل الثاني في اشتقاق علاقة كمية تربط بين تعقيد الشبكة وحجم العينة وخطأ الاستعادة البنوية، ومن شأن هذا الإطار أن يساهم في تحويل تحليل الشبكات السيكونومترية من مجرد تطبيقات وصفية إلى منهج كمي أكثر صرامة لتخطيط الدراسات الشبكية وتفسير نتائجها.

التوصيات: وفقاً لما خلصت إليه الدراسة من نتائج، توصي الباحثة بمايلي:

1. أن يولي الباحثون في علم النفس التربوي اهتمام خاص بتخطيط حجم العينة في الدراسات التي تستخدم النماذج الشبكية السيكمترية، مع مراعاة تأثير كل من عدد العقد وكثافة الشبكة في متطلبات العينة.
2. استخدام قانون تصميم حجم العينة المقترح في هذه الدراسة كإطار إرشادي لتقدير حجم العينة قبل تنفيذ الدراسات الشبكية، خاصة في بحوث السمات النفسية والمهارات المعرفية لدى الطلبة.
3. تجنب استهداف مستويات تشابه بنائي مرتفعة جداً في الدراسات التربوية ذات الموارد المحدودة، لأن الاقتراب الشديد من الاستعادة الكاملة للشبكة يتطلب زيادات كبيرة في حجم العينة.
4. إدراج مؤشرات التشابه البنوي للشبكات ضمن تقارير الدراسات التربوية التي تستخدم التحليل الشبكي، لما توفره من معيار كمي مباشر لتقييم جودة الاستعادة البنوية للنماذج.
5. تشجيع الباحثين على استخدام التحليل الشبكي إلى جانب النماذج الكامنة التقليدية، لما يتيح من فهم أعمق للتفاعلات المباشرة بين المتغيرات النفسية والتربوية.

المقترحات: استكمالاً لهذه الدراسة، تقترح الباحثة:

1. إجراء دراسات مستقبلية لتطبيق قانون تصميم حجم العينة المقترح على شبكات نفسية وتربوية مختلفة، مثل شبكات التحفيز الأكاديمي، والمرونة النفسية، والمهارات المعرفية لدى الطلبة.
2. دراسة تأثير طرق التقدير المختلفة للشبكات السيكمترية في ثوابت المعايرة المستخدمة في قانون التصميم، خاصة في البيئات التربوية ذات العينات المحدودة.
3. توسيع نطاق الدراسات المستقبلية، ليشمل شبكات تربوية أكبر وأكثر تعقيداً لفحص استقرار العلاقة بين حجم العينة وتعقيد الشبكة في الأبعاد العالية.
4. فحص تأثير خصائص البيانات التربوية مثل عدم التجانس أو الانحراف عن التوزيع الطبيعي في دقة استعادة الشبكات السيكمترية.
5. تطوير حاسبات إلكترونية أو أدوات برمجية تساعد الباحثين في علم النفس التربوي على تقدير حجم العينة المطلوب للدراسات الشبكية قبل تنفيذها.

المراجع:

- Ávalos-Tejeda, M., & Calderón, C. (2025). Psychometric network model recovery: The effect of sample size, number of items, and number of nodes. *European Journal of Investigation in Health, Psychology and Education*, 15(11), Article 235. <https://doi.org/10.3390/ejihpe15110235>
- Bates, D., Maechler, M., & Matrix authors. (2023). Matrix: Sparse and dense matrix classes and methods (R package version). <https://cran.r-project.org/package=Matrix>
- Borkulo, C. D. van, Bork, R. van, Boschloo, L., Kossakowski, J. J., Tio, P., Schoevers, R. A., Borsboom, D., & Waldorp, L. J. (2022). Comparing network structures on three aspects: A permutation test. *Psychological Methods*. <https://doi.org/10.1037/met0000476>

- Borsboom, D. (2017). A network theory of mental disorders. *World Psychiatry*, 16(1), 5–13. <https://doi.org/10.1002/wps.20375>
- Borsboom, D. (2022). Possible futures for network psychometrics. *Psychometrika*, 87(1), 253–265. <https://doi.org/10.1007/s11336-022-09851-z>
- Borsboom, D., & Cramer, A. O. J. (2013). Network analysis: An integrative approach to the structure of psychopathology. *Annual Review of Clinical Psychology*, 9, 91–121. <https://doi.org/10.1146/annurev-clinpsy-050212-185608>
- Borsboom, D., Mellenbergh, G. J., & van Heerden, J. (2003). The theoretical status of latent variables. *Psychological Review*, 110(2), 203–219. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.110.2.203>
- Bringmann, L. F., Vissers, N., Wichers, M., Geschwind, N., Kuppens, P., Peeters, F., Borsboom, D., & Tuerlinckx, F. (2013). A network approach to psychopathology: New insights into clinical longitudinal data. *PLOS ONE*, 8(4), e60188. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0060188>
- Bühlmann, P., & van de Geer, S. (2011). *Statistics for high-dimensional data: Methods, theory and applications*. Springer>
<https://doi.org/10.1007/978-3-642-20192-9>
- Casella, G., & Berger, R. L. (2002). *Statistical inference* (2nd ed.). Duxbury Press.
- Castro, D., Gysi, D. M., Ferreira, F., Ferreira-Santos, F., & Ferreira, T. (2024). Centrality measures in psychological networks: A simulation study on identifying effective treatment targets. *PLOS ONE*, 19(2), e0297058. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0297058>
- Chen, J., & Chen, Z. (2008). Extended Bayesian information criteria for model selection with large model spaces. *Biometrika*, 95(3), 759–771. <https://doi.org/10.1093/biomet/asn034>
- Christensen, A. P., Choi, J., & Garrido, L. E. (2024). Evaluating network replicability across local, mesoscale, and global structures. *PsyArXiv Preprints*. <https://doi.org/10.31234/osf.io/9d4nm>
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed.). Lawrence Erlbaum Associates.
- de Ron, J., Fried, E. I., & Epskamp, S. (2021). Psychological networks in clinical populations: investigating the consequences of Berkson's bias. *Psychological medicine*, 51(1), 168–176. <https://doi.org/10.1017/S0033291719003209>

- Epskamp, S., Borsboom, D., & Fried, E. I. (2018). Estimating psychological networks and their accuracy: A tutorial paper. *Behavior Research Methods*, 50(1), 195–212. <https://doi.org/10.3758/s13428-017-0862-1>
- Epskamp, S., Cramer, A. O. J., Waldorp, L. J., Schmittmann, V. D., & Borsboom, D. (2012). qgraph: Network visualizations of relationships in psychometric data. *Journal of Statistical Software*, 48(4), 1–18. <https://doi.org/10.18637/jss.v048.i04>
- Epskamp, S., Rhemtulla, M., & Borsboom, D. (2017). Generalized network psychometrics: Combining network and latent variable models. *Psychometrika*, 82(4), 904–927. <https://doi.org/10.1007/s11336-017-9557-x>
- Fonseca-Pedrero, E. (2017). etwork analysis: A new way of understanding psychopathology? *Revista de Psiquiatría y Salud Mental*, 10(4), 206–215. <https://doi.org/10.1016/j.rpsm.2017.06.004>
- Forbes, M. K., Wright, A. G. C., Markon, K. E., & Krueger, R. F. (2021). Evidence that psychopathology symptom networks have limited replicability. *Journal of Abnormal Psychology*, 130(7), 691–706. <https://doi.org/10.1037/abn0000673>
- Foygel, R., & Drton, M. (2010). Extended Bayesian information criteria for Gaussian graphical models. In J. Lafferty, C. Williams, J. Shawe-Taylor, R. Zemel, & A. Culotta (Eds.), *Advances in Neural Information Processing Systems* (Vol. 23, pp. 604–612).
- Fried, E. I., & Cramer, A. O. J. (2017). Moving forward: Challenges and directions for psychopathological network theory and methodology. *Perspectives on Psychological Science*, 12(6), 999–1020. <https://doi.org/10.1177/1745691617705892>
- Friedman, J., Hastie, T., & Tibshirani, R. (2008). Sparse inverse covariance estimation with the graphical lasso. *Biostatistics*, 9(3), 432–441. <https://doi.org/10.1093/biostatistics/kxm045>
- Friedman, J., Hastie, T., & Tibshirani, R. (2008). Sparse inverse covariance estimation with the graphical lasso. *Biostatistics*, 9(3), 432–441. <https://doi.org/10.1093/biostatistics/kxm045>
- Haslbeck, J. M. B., & Waldorp, L. J. (2018). How well do network models predict observations? On the importance of predictability in network models. *Behavior Research Methods*, 50, 853–861. <https://doi.org/10.3758/s13428-017-0910-x>

- Hastie, T., Tibshirani, R., & Wainwright, M. (2015). *Statistical learning with sparsity: The Lasso and generalizations*. CRC Press. <https://doi.org/10.1201/b18401>
- Huang, W., & Ribeiro, A. (2018). Network comparison: Embeddings and interiors. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 66(2), 412–427. <https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2764848>
- Hullám, G., Juhasz, G., Deakin, B., & Antal, P. (2017). Structural and parametric uncertainties in full Bayesian and graphical lasso based approaches: Beyond edge weights in psychological networks. In *IEEE Conference on Computational Intelligence in Bioinformatics and Computational Biology*. <https://doi.org/10.1109/CIBCB.2017.8058566>
- Isvoranu, A.-M., & Epskamp, S. (2021). Which estimation method to choose in network psychometrics? Deriving guidelines for applied researchers. *Psychological Methods*. <https://doi.org/10.1037/met0000439>
- Kalgotra, P., Sharda, R., & Luse, A. (2020). Which similarity measure to use in network analysis: Impact of sample size on phi correlation coefficient and Ochiai index. *International Journal of Information Management*, 55, 102229. <https://doi.org/10.1016/j.ijinfomgt.2020.102229>
- Lauritzen, S. L. (1996). *Graphical models*. Oxford, UK: Clarendon Press (Oxford University Press).
- Liang, F., Song, Q., & Qiu, P. (2015). An equivalent measure of partial correlation coefficients for high-dimensional Gaussian graphical models. *Journal of the American Statistical Association*, 110(511), 1248–1265. <https://doi.org/10.1080/01621459.2015.1012391>
- Markus, K. A. (2010). Questions about networks, measurement, and causation. *Behavioral and Brain Sciences*, 33(2–3), 164–165. <https://doi.org/10.1017/S0140525X10000658>
- Miasnikof, P., & Shetopaloff, A. Y. (2025). *A statistical test for network similarity*. arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2508.14399>
- R Core Team. (2024). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing. <https://www.R-project.org/>
- Ravikumar, P., Wainwright, M. J., & Lafferty, J. D. (2010). High-dimensional Ising model selection using ℓ_1 -regularized logistic regression. *The Annals of Statistics*, 38(3), 1287–1319. <https://doi.org/10.1214/09-AOS691>
- Robinaugh, D. J., Hoekstra, R. H. A., Toner, E. R., & Borsboom, D. (2020). The network approach to psychopathology: A review of the literature 2008–2018 and an agenda for future research. *Psychological Medicine*, 50(3), 353–366. <https://doi.org/10.1017/S0033291719003404>

- Santhanam, N. P., & Wainwright, M. J. (2012). Information-theoretic limits of selecting binary graphical models in high dimensions. *IEEE Transactions on Information Theory*, 58(7), 4117–4134. <https://doi.org/10.1109/TIT.2012.2191659>
- Schieber, T. A., Carpi, L. C., Díaz-Guilera, A., Pardalos, P. M., Masoller, C., & Ravetti, M. G. (2017). Quantification of network structural dissimilarities. *Nature Communications*, 8, 13928. <https://doi.org/10.1038/ncomms13928>
- Ulitzsch, E., Khanna, S., Rhemtulla, M., & Domingue, B. W. (2023). A graph theory based similarity metric enables comparison of subpopulation psychometric networks. *Psychological Methods*. <https://doi.org/10.1037/met0000625>
- Wainwright, M. J. (2019). *High-dimensional statistics: A non-asymptotic viewpoint*. Cambridge University Press. <http://dx.doi.org/10.1017/9781108627771>
- Wickham, H. (2016). *ggplot2: Elegant graphics for data analysis*. Springer.
- Wickham, H., François, R., Henry, L., Müller, K., & Vaughan, D. (2023). *dplyr: A grammar of data manipulation (R package version)*. <https://cran.r-project.org/package=dplyr>
- Williams, D. R., & Rast, P. (2020). Back to the basics: Rethinking partial correlation network methodology. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 73(2), 187–212. <https://doi.org/10.1111/bmsp.12173>
- Zhang, J., Zhang, J., & Chen, Y. (2017). A hypothesis testing framework for modularity-based network community detection. *Statistica Sinica*, 27(1), 437–456. <https://doi.org/10.5705/SS.202015.0040>